F 1503/5

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXV (XXIX)

Fasc. 1 – 2

SECŢIA V CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1979

BIBLIOTECA CENTRALĂ A UNIVERSITĂȚII TEHNICE „GHEORGHE ASACHI” DIN IAȘI

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXV (XXIX)

Fasc. 1 – 2

SECŢIA V

CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1979

COLEGIUL DE REDACŢIE

Prof. dr. doc. VAL. BLIDARU, prof. dr. doc. N. V. BOŢAN, prof. dr. ing. GH. CAŞLER
prof. dr. ing. M. GAFIŢANU (preşedinte), prof. dr. P. MÂLCOMETE,
prof. dr. doc. D. MANGERON, prof. dr. ing. T. SILION,
acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU, prof. dr. ing. I. VLAD

COMITETUL DE REDACŢIE AL SECŢIEI

V. CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

Conf. dr. ing. H. ZAROJANU
Prof. dr. ing. A. RADU
Conf. arh. N. PORUMBESCU

REDACŢIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)
Conf. dr. ing. VICTOR-FLORIN POTERAŞU (secretar adjunct)
ECATERINA IRIMIEA (tehnoredactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXV (XXIX), Fasc. 1—2 1979

Secţia V

CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

SUMAR

Pag

AL. CĂRĂUŞU, A. VULPE şi F.-V. POTERAŞU, Asupra analizei de moment doi a siguranţei structurilor (engl., rez. rom.) 9

N. UNGUREANU, Folosirea conceptului de entropie pentru analiza proprietăţilor materialelor (engl., rez. rom.) 15

D. FRANGOPOL, Proprietăţi statistice ale domeniului de siguranţă al structurilor rigid-plastice (franc., rez. rom.) 19

V. ILLE şi I. MISSIR-VLAD, Comportarea post-critică a plăcilor ortotrope elastice cu tensiuni reziduale (engl., rez. rom.) 23

L. STRAT, Sisteme liniare asociate cu amortizare echivalentă (engl., rez. rom.) 31

C. IONESCU, Metode neliniare pentru reprezentarea rigidităţii pământului în fenomenul de interacţiune structură—teren de fundaţie (germ., rez. rom.) 37

M. PATRAŞ, Contribuţii la studiul stării limită de fisurare în secţiuni înclinate a elementelor precomprimate (franc., rez. rom.) 41

GH. NISTOR, Metodă îmbunătăţită de determinare a deplasărilor verticale ale construcţiilor (rom., rez. rusă) 43

L. GROLL, M. BUDESCU, N. ŢĂRANU şi R. CIORNEI, Asupra comportării mecanice a betoanelor cu infiltraţii de sulf (engl., rez. rom.) 55

N. ŢĂRANU, M. BUDESCU şi I. FILIPESCU, Cercetări experimentale privind comportarea elementelor stratificate din poliesteri armaţi cu fibre de sticlă şi spumă poliuretanică rigidă la încovoiere transversală (rom., rez. engl.) 59

EM. BÂRSAN, Influenţa drenului şi ecranului de injecţie la un baraj de greutate fundat pe un teren stîncos fisurat (rom., rez. engl.) 65

H. ZAROJANU, Optimizarea liniei roşii la modernizarea drumurilor existente (rom., rez. franc.) 71

Pag.

B. WEINSTEIN, I. HÎRHUI și D. POPOVICI, Marcaje orizontale la drumuri (IV) (rom., rez. germ.) 75

H. ZAROJANU și Z. SALINIUC, Studiul structurii lianților bituminoși pe baza susceptibilității la durata de încercare (rom., rez. franc.) 81

M. ECHENIQUE și T. de la BARRA (Anglia), Modele de planificare a transporturilor și a utilizării terenului urban (II) (engl., rez. rom.) 87

EL. BOTEZ, Caracterizarea betoanelor cu „Epoxit" (rom., rez. rusă) 93

I. DUMITRESCU 103

RECENZII 105

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXV (XXIX), Fasc. 1–2 1979

Section V

CONSTRUCTIONS. ARCHITECTURE

CONTENTS

Pp.

AL. CĂRĂUŞU, A. VULPE and F.-V. POTERAŞU, On the Second Moment Reliability Analysis of Structures (English, Romanian summary) . . . 9

N. UNGUREANU, Use of the Entropy Concept for Analysis of Material Properties (English, Romanian summary) 15

D. FRANGOPOL, Propriétés statistiques du domaine de sécurité des structures rigides-plastiques (French, Romanian summary) 19

V. ILLE and. I. MISSIR-VLAD, The Post-buckling Behaviour of Orthotropic Plates with Residual Stresses (English, Romanian summary) 23

L. STRAT, Associated Linear System with Equivalent Damping (English, Romanian summary) 31

C. IONESCU, Unlineare Modelle für die Darstellung der Bodensteifigkeit in dem Phenomän der Wechselwirkung Struktur—Gründungsboden (German, Romanian summary) 37

M. PATRAŞ, Contributions à l'étude d'état limite de fissuration dans les sections inclinées des élements précontraints (French, Romanian summary) . . . 41

GH. NISTOR, Méthode améliorée pour la détermination des déplacements verticaux des constructions (Romanian, Russian summary) 49

L. GROLL, M. BUDESCU, N. ŢĂRANU and R. CIORNEI, On Mechanical Behaviour of Sulphur-Infiltrated Concrete (English, Romanian summary) 55

N. ŢĂRANU, M. BUDESCU and I. FILIPESCU, Experimental Studies concerning Flexure Behaviour of GRP and Rigid Polyurethanic Foam Sandwich Elements (Romanian, English summary) 59

EM. BÂRSAN, Drain and Injection Face Influence at a Gravity Dam Founded on Fissured Rocky Ground (Romanian, English summary) 65

H. ZAROJANU, L'optimisation du profil routier longitudinal lors de la systématisation du tracé (Romanian, French summary) 71

Pp.

B. WEINSTEIN, I. HÎRHUI and D. POPOVICI, Horizontale Wegmarkierungen (IV) (Romanian, German summary) 75

H. ZAROJANU et Z. SALINIUC, L'étude de la structure des liants bitumineux à l'aide de la susceptibilité de la pénétration au temps de chargement (Romanian, French summary) 81

M. ECHENIQUE and T. de la BARRA (Great Britain), Compact Land Use. Transport Models (II) (English, Romanian summary) 87

EL. BOTEZ, Propriétés fondamentales des bétons de résine „Epoxit" (Romanian, French summary) 93

I. DUMITRESCU 103

BOOK REVIEWS 105

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXV (XXIX), Вып. 1—2 1979

Секция V

СТРОИТЕЛЬСТВО. АРХИТЕКТУРА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

А. КЭРЭУШУ, А. ВУЛПЕ и В.-Ф. ПОТЕРАШУ, Об исследований второго момента надежности строении (англ., рез. рум.) 9

Н. УНГУРЯНУ, Использование понятия энтропии для изучения свойств материалов (англ., рез. рум.) 15

Д. ФРАНГОПОЛ, Статистические характеристики зоны надежности жестко-пластических структур (франц., рез. рум.) 19

В. ИЛЛЕ и И. МИССИР-ВЛАД, Посткритическое поведение ортотропических плит с остаточными напряжениями (англ., рез. рум.) . . 23

Л. СТРАТ, Привазыванные линейные системы с эквивалентным затуханию (англ., рез. рум.) 31

К. ИОНЕСКУ, Нелинейные модели оснований при изучении задачи совместной действии сооружении фундамента и основании (нем., рез. рум.) 37

М. ПАТРАШ, Вклад к исследовании пределного состояния по трещиностикости наклонных сечении в преднапряженных строительных конструкции (франц., рез. рум.) 41

Г. НИСТОР, Улучшеный метод для определения вертикальных смещений сооружений (рум., рез. русск.) 49

Л. ГРОЛЛ, М. БУДЕСКУ, Н. ЦЭРАНУ и Р. ЧОРНЕЙ, О механическом поведении бетонов при инфильтрации сера (англ., рез. рум.) 55

Н. ЦЭРАНУ, М. БУДЕСКУ и И. ФИЛИПЕСКУ, Экспериментальные исследования относительно поведения слоистых элементов из ПАС и полиуретановой твердой пены на поперечный изгиб (рум., рез. англ.) 59

Э. БЫРСАН, Влияние дренажа и завеса в гравитационных плотин расположен на трещиным грунтым основании (рум., рез. англ.) 65

Стр.

Х. ЗАРОЖАНУ, Оптимизирование продольного профиля на систематизации дорожной трассы (рум., рез. франц.) 71

Б. ВАИНШТЕЙН, И. ХЫРХУЙ и Д. ПОПОВИЧ, Дорожные горизонтальные разметки (IV), (рум., рез. нем.) 75

Х. ЗАРОЖАНУ и З. САЛИНЮК, Исследование строения вяжущих битуминозных веществ на основе восприимчивости к продолжительности нагрузки (рум., рез. франц.) 81

М. ЕШЕНИК и Т. де ла БАРРА (Великобритания), Модели совместного планирования транспорта и использования городского месторасположения (II), (англ., рез. рум.) 87

Э. БОТЕЗ, Характеристики бетона с эпоксидной смолой (рум., рез. русск.) 93

И. ДУМИТРЕСКУ 103

РЕЦЕНЗИИ 105

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

D.C. 531.2 ; 519.2

ON THE SECOND MOMENT RELIABILITY ANALYSIS OF STRUCTURES

BY

AL. CĂRĂUȘU, ADRIAN VULPE and FLORIN-VICTOR POTERAȘU

1. Introduction

The design of safe and functionally reliable structures within the constraints of economy or minimum cost is a subject of continuing concern to the profession of structural engineering. Recent developments in probabilistic analysis of structural safety have led to new concepts and tools for the reliability based design [1]. Most attention has been given to *second moment* design formats [3], [4], [6], [8] ... [10], in which means and covariances of the basic random variables are known. These formats have proven greatly adaptable to application in practical structural design and, in comparison with other codes currently in service, they allow greater economy of material and greater flexibility to incorporate new data into design. However, they suffer from the drawback that additional or more precise information that may become available about the shape of probability distribution (in particular in the region of the „tails") cannot be used. Means and covariances are insensitive to extremely rare values — this is exactly why they have become useful in design under conditions of limited information [8].

Among the concepts involved in second moment design formats, a most important one is the *reliability (safety) index* of a structure [5] ... [8]. Such reliability indices (measures of structural reliability) have been currently used for the last decade, but some of them fail to observe certain fundamental properties and conditions as the one of comparativeness [3], for example.

This paper includes a discussion of certain second moment reliability indices and their generalizations from a probabilistic point of view ; however, other mathematical aspects of these indices are also taken into account.

2. Preliminary Definitions

A basic concept involved in the probabilistic design of structures is the *probability of failure*. This probability is a measure of risk and it may be expressed in terms of resistance and load ; if R denotes the random resistance of the structural system and S is the random load (or load effect) on the system, then the probability of failure is given by

(1) $$P_F = P(R \leqslant S),$$

where $(R \leqslant S)$ is the „failure" event, of course. This probability can be evaluated (only) if the probability distributions of R and S are known, which might be not the case. Several equations giving P_F, under various assumptions on R and S, are presented in [2]. However, it must be emphasized that regardless of the distributions of the individual variates R and S, it is the distribution of the *safety margin* $R-S$ (or $\ln(R/S)$) that is important in the calculation of P_F. Usually, the prescribed or accepted (maximum) *risk level* ranges between 10^{-5} ... 10^{-3}; the failure probability of the system should not exceed this level, e.g., $P_F \leqslant 10^{-5}$. If the risk level is high (greater than 10^{-3}, for example), the calculated P_F is not very much dependent on the type of the distribution, while for a very small risk ($\leqslant 10^{-5}$) the failure probability could be quite sensitive to these distributions, implying that the choice of the distribution for $R-S$ or $\ln(R/S)$ is important.

The random variables R and S are usually functions of other random variables $X_1, X_2, \ldots, X_n$ which are said to be *input* (or also *basic*) *variables*, i.e.,

(2) $$R = g(X_1, X_2, \ldots, X_n), \qquad S = h(X_1, X_2, \ldots, X_n);$$

for example, resistance R is a function of material strengths, member dimensions, etc. Obviously, the set of argument variates in (2) may be not the same for R and S; in [2] there are explicitly considered different arguments for the functions g and h. However, the random vector $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ in (2) includes *all* the input variables occuring as arguments either of h, or of g, or of both of them. If, e.g., g does not actually depend of X_j, this variable will though be considered as a formal argument.

Let now $\mathfrak{D}_X$ denote the *set* (domain) *of* all *possible observations* for the random vector $X = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$; clearly

(3) $$\mathfrak{D}_X \subseteq R^n.$$

In a real problem, this domain $\mathfrak{D}_X$ can be determined or, otherwise, it may be assumed that it equals R^n; but the probabilistic information available to the engineer (designer) about the variables $X_1, X_2, \ldots, X_n$ is always incomplete, such that the forms of the probability distribution functions of these variables are not certain, Moreover, with few exceptions, the derivation of the distribution function of $M = R - S$ or $\ln(R/S)$, for most functions g and h encountered in practice, would be quite involved and impractical. The case is not much better when the function f in

(4) $$M = f(X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

is known. For these reasons, the required distributions should be prescribed (or actually determined) for the variable $M = R - S$ or $\ln(R/S)$.

3. Second Moment Information and Reliability Index.

Very often the only distributional information on the input variables $X_1, X_2, \ldots, X_n$ consists of the so-called *second moment representation*, that is, a mean vector

(5) $$\overline{X} = (\overline{X}_1, \overline{X}_2, \ldots, \overline{X}_n)$$

and a covariance matrix

(6) $$\mathrm{COV}_X = [\mathrm{Cov}\,(X_i, X_j)]_{n\times n},$$

where $\mathrm{Cov}\,(X_i, X_j) = \overline{(X_i - \overline{X}_i)(X_j - \overline{X}_j)}$.

One of the earliest ways to measure the reliability of a structural system was proposed, ten years ago, by A.C. Cornell; it is done [2] by use of a *reliability index* defined by

(7) $$\beta = \frac{\overline{M}}{D(M)}$$

that is, the reliability index is the ratio between the mean (expectation) and the standard deviation of the safety margin. With this index, the requirement for the system safety can be expressed in terms of the inequality

(8) $$\beta \geqslant \beta_0,$$

where β_0 is a prescribed (minimum) value. Condition (8) is equivalent [2] to

(9) $$\overline{r} \geqslant \overline{s} + \beta_0 \sqrt{D^2(R) + D^2(S)},$$

where $\overline{r}$ and $\overline{s}$ are the mean design resistance and the mean design load, β_0 is the lower bound for the safety index of (8) and $D^2(R)$, $D^2(S)$ are the variances of R and S, respectively.

It is possible to calculate β of (7) in terms of the second moment representation (5), (6) only if M is a linear combination of $1, X_1, X_2, \ldots, X_n$, that is, when M is of the form;

(10) $$M = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \ldots + a_n X_n,$$

where $a_0, a_1, \ldots, a_n$ are given constants. Then the reliability index (7) obviously becomes

(11) $$\beta = \frac{a_0 + a\overline{X^t}}{[a\,\mathrm{COV}_X a^t]^{1/2}},$$

where $a = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ and a^t, $\overline{X}^t$ are the transposed vectors a, $\overline{X}$, respectively.

When the safety margin M is non-linear in the random input variabbles, that is, f in (4) is a non-linear function, it is not possible to calculate β. A natural way to circumvent this difficulty is to linearize f: however, linearization is not a uniquely defined operation. Generally the left hand side of (11) gets different values for different linearization points, and there thus appears a problem of invariance with respect to legitimate mathematical transformations of safety margins.

The safety index β can get a geometric interpretation that will be useful in discussing certain properties of its. If the *state* of a given structural system a is completely characterized by the n-vector $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, than any point in the space of all possible observations Ω_X coresponds to

a state of the system and conversely. Sometimes an analytical characterization of the set of all safe states/failure states is available in terms of the following inequations;

(12) $x \in S_a \Leftrightarrow f(x_1, x_2, \ldots, x_n) < 0$, (13) $x \in F_a \Leftrightarrow f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \geqslant 0$.

Here S_a is the *safe set* (domain) of the system a, F_a is its *failure set* and f is a real function defined on R (or on $\mathcal{D}_X$ only). The boundary surface that separates the two sets is called the *limit state surface* and it is obviously given by

(14) $$x \in L_a \Leftrightarrow f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0.$$

In order to derive a measure of reliability in terms of safe set, failure set and limit state surface it is first necessary to define a normalizing transformation on the random input vector or, equivalently, on the n-space of possible observations $\mathcal{D}_X$, by

(15) $$Y = [\mathrm{COV}_X]^{-1/2} (X - \overline{X})^t$$

where the „square root" of a matrix is defined by $[A^{1/2}]\,[A^{1/2}]^t = A$. Transformation (15) obviously determines a normalizing transformation of the space $\mathcal{D}_X$ in $\mathcal{D}_Y$ if X, Y are replaced by x, y respectively. For the normalized random vector Y we have $\overline{Y} = 0$ (the zero n-vector) and $\mathrm{COV}_Y = I_n$ (the unit matrix). The transformation (15) exists if the covariance matrix COV_X is regular; then COV_X is also positive definite and $[\mathrm{COV}_X]^{1/2}$ is similar to the diagonal matrix $[1/\sqrt{\lambda_1} \ldots 1/\sqrt{\lambda_n}]$, where $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ are the eigenvalues of COV_X. By the transformation (15) a point $x \in \mathcal{D}_X$ is mapped at a point $y \in \mathcal{D}_Y$ with the Euclidian distance

(16) $$d(0, y) = \sqrt{y \cdot y^t} = \sqrt{(x - \overline{X})[\mathrm{COV}_X]^{-1}(x - X)^t}.$$

from the origin of $\mathcal{D}_Y$. Is then possible (and reasonable) to define a reliability index function on the limit state surface by the right hand side of (16), that is,

(17) $$(\forall x \in L_a),\ \beta(x) = \sqrt{(x - \overline{X})[\mathrm{COV}_X]^{-1}(x - \overline{X})^t}.$$

The smallest value of this function was suggested by Hasofer and Lind [7] to be used as reliability index (with respect to the considered limit state surface); thus, this index is given by

(18) $$\beta_{HL} = \min_{x \in L_a} \beta(x),$$

with $\beta(x)$ of (17). It has been proved that for a hyperplane limit state surface this reliability index β_{HL} coincides with the reliability index β defined by (11).

Although the Hasofer-Lind reliability index (18) is more general than the one given by (7), there are major arguments proving the lack of adequacy of β_{HL}; such arguments are presented in several papers but the ones of [3] are among the most consistent. The criticism regarding this index leads upon the statement of certain requirements to be satisfied by any definition of a consistent reliability index. Some extensions or developments of these requirements are included in the next section.

4. Requirements on Reliability Index Definitions

4.3. Selectivity

Let a, b, c, ... be structural systems whose limit state surfaces may all be represented in a normalized space $\mathfrak{D}_Y$ of possible observations. Let S_a, S_b, S_c, ... denote the corresponding safe sets. A partial ordering $\preccurlyeq$ is introduced on the set of all structural systems by

(19) $$a \preccurlyeq b \text{ if „}b \text{ is at least as reliable as } a\text{“}.$$

This relation is a partial preorder. Indeed, it is reflexive ($a \preccurlyeq a$ trivially holds for any structure a) and transitive ($a \preccurlyeq b$ and $b \preccurlyeq c$ imply $a \preccurlyeq c$), what obviously follows from definition (19). It cannot be a total relation since there may exist systems a and b which are not comparable under $\preccurlyeq$; this will appear more evidently in what follows.

A symmetrical relation may also be defined by

(20) $$a \sim b \text{ if „}a \text{ and } b \text{ are equally reliable}\text{“}.$$

Relation (20) can be expressed in terms of relation (19) by $a \sim b$ if $a \preccurlyeq b$ and $b \preccurlyeq a$; $\sim$ is obviously the equivalence induced by the preorder (19). Let now $\sum$ denote the set of all structural systems (in a class where it makes sense to compare any two systems with respect to their reliability), and let $\beta : \sum \to R$ be a reliability index function.

Definition 4.1. The reliability index β is *selective* if for any two systems a, b

(21) $$\beta(a) \leqslant \beta(b) \quad \text{if} \quad S_a \subseteq S_b.$$

A „scalar reliability measure β“ is defined in [3] as an ordering preserving mapping from $(\sum, \preccurlyeq)$ to the set of real numbers such that $a \preccurlyeq b$ if $\beta(a) \leqslant \beta(b)$; an immediate consequence of this definition reads $a \sim b$ if $\beta(a) = \beta(b)$. A property of the reliability indices which is a weaker variant of the selectivity defined by (21) is called in [3] comparativeness. The above mentioned definition of reliability measures corresponds to the condition of selectivity.

However, this requirement stated in Definition 4.1 is too strong in the sense that even two systems a, b with hyperplane limit state surfaces may be accounted for as incomparable under $\preccurlyeq$, though they are *always* comparable. This shortcoming is removed by the following requirement.

4.2. Invariance with Respect to Rotations

Any two structural systems a, b must be comparable with respect to $\preccurlyeq$ via β (Definition 4.1), *up to a rotation* about the origin of $\mathfrak{D}_y$. More precisely, if there exists a rotation T of the space $\mathfrak{D}_Y$ taking S_a into S'_a such that $S'_a \subseteq S_b$, then $a \preccurlyeq b$ and $\beta(a) \leqslant \beta(b)$. Formally,

(22) $$\beta(a) \leqslant \beta(b) \text{ if } (\exists T) T \in \mathrm{Rot}_{\mathfrak{D}_Y},\ T(S_a) = S'_a \subseteq S_b.$$

$\beta(a) < \beta(b)$ if the set inclusion in (22) is strict ($S'_a \subset S_b$). If $T = 1_{\mathfrak{D}_Y}$ (the identic transformation), we refind Definition 4.1. This requirement may

therefore be interpreted as the selectivity of the reliability indices up to rotations of the normalized safe sets.

4.3. Other Requirements

A requirement of *simplicity* reasonably claims that any general reliability index (meeting condition (22)) should coincide with the H a s o f e r-L i n d index (18) *when the limit state surface is a hyperplane.* Some relevant examples show [3] that β_{HL} cannot be accepted as a general reliability index since it may fail to fit the requirement of selectivity (comparativeness) in certain cases when the limit state surfaces are nonlinear. It should be recalled that β_{HL} reduces to β of (7) when the safety margin M is of the form (10).

In [3] there is defined a generalized second moment reliability index in terms of the probability mass obtained by integrating a n-dimensional normal density on the safe set S_a. This index fits most of the above mentioned requirements. However, certain problems appear when the space of all possible observations $\mathcal{O}_X$ is properly included in R^n and especialy when its boundary surface L_a is not rotationally symmetric.

Received, March 3, 1979

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Mathematics,
Department of Structural Mechanics
and
Department of Mechanics

REFERENCES

1. * * * *Foreword to Papers on Structural Safety.* J. Structural Div. ASCE, **100**, *ST 9*, 1753 (1974).
2. A n g A. H. S., C o r n e l l C.A., *Reliability Bases of Structural Safety and Design.* J. Struct. Div. ASCE, **100**, *ST 9*, 1755—1769 (1974).
3. D i t l e v s e n O., *Generalized Second Moment Reliability Index.* DCAMM, Report No. *144* (1978).
4. D i t l e v s e n O., *Narrow Reliability Bounds for Structural System.* DCAMM, Report No. *145* (1978).
5. F r a n g o p o l D., R o n d a l J., *Optimum Probability—Based Design of Plastic Structures.* Eng. Optimization, **3**, 17—25 (1977).
6. G i u f f r è A., G i a n n i n i R., *Il metodo della distanza di sicurezza per il progetto probabilistico a livello 2.* Giornale del Genio Civile, **116**, *4—5—6*, 159—180 (1978).
7. H a s o f e r A. M., L i n d N. C., *An Exact and Invariant First Order Reliability Format.* J. Eng. Mech. Div. ASCE, **100**, *EM* 1, Proc. Paper *10376*, 111—121 (1974).
8. L i n d N. C., *Formulation of Probabilistic Design.* J. Eng. Mech. Div. ASCE, **103**, *EM 2*, 273—285 (1977).
9. M o s e s F., *Approaches to Structural Reliability and Optimization.* S.M. Study No. *1*, Solid Mechanics Division, Univ. of Waterloo, Ontario (1969).
10. R a c k w i t z R., *Principles and Methods for a Practical Probabilistic Approach to Structural Design.* Doc. No. *1*; Joint Committee CEB on Structural Safety (1975).

ASUPRA ANALIZEI DE MOMENT DOI A SIGURANŢEI STRUCTURILOR

(Rezumat)

Sînt discutate aspecte, în special matematice, ale mai multor indici de siguranţă a structurilor determinaţi pe baza informaţiei probabilistice de moment doi asupra variabilelor de proiectare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 519.2 ; 619

USE OF THE ENTROPY CONCEPT FOR ANALYSIS OF MATERIAL PROPERTIES

BY

N. UNGUREANU

1. Introduction

The homogeneity of a material possesses a particular signifiance in what concerns the construction structures realisation as being one of the main factors determining the safety which those structures are realised at. The uncertainty at which a structure is designed and realised, owing to the variability of the factors intervening in design, variability of an random character, renders a correct design itself to be based on probabilistic methods. The random character both of the physico-mechanical properties of materials and of the loads renders even the so-called deterministic design to possess, in a certain degree, a probabilistic character.

It follows that the care of knowing materials as constitutive elements of structures presents a main interest. The qualities of the construction materials, which the structural systems are carried of, are measured by means of several sizes, for example, the ultimate yielding (steel and other metals), failure limit (concrete, masonry stone, wood), elasticity modulus, fatigue strength, critical strength in stability etc. From these natural sizes one passes to the conventional ones such as the admissible strengths, the normed strengths, the calculus strengths etc.

The setting up of the basic, natural, above mentionned sizes is made experimentally by testings on standard samples. The obtained results constitute statistical series by means of which the properties of materials used in the structure carrying out must be caracterized.

At their turn, these experimental series would be characterised by a restricted number of sizes with well known statistical significations as the average, the standard deviation, the variation factor, etc. A statistics series may be segmented in subintervals, each subinterval being characterized at least by its central value and by the frequency at which the results are inscribing inside it.

By means of the mentionned statistics sizes, one can also characterize the homogeneity of a series of results, in several manners. Intuitively, the homogeneity is given by the degree of scattering the results about the average. The nearest to the mean the results are grouped, the more homogeneous would the material be and it would participate in realizing the structural safety with a less degree of uncertainty.

2. Definition of Homogeneity by Means of Entropy Concept

We proposed to use for homogeneity the concept of entropy, defined in the information theory [3], [4]. For a statistic series given in the following table;

$$\begin{bmatrix} E_1 & E_2 & \cdots & E_n \\ p_1 & p_2 & \cdots & p_n \end{bmatrix} \tag{1}$$

in the first line being the events (the interval values of the statistics series) and in the second line the probabilities of appearance or frequencies of realization, the entropy (H), as a measure redundace of that field of probability, is:

$$H = \sum_1^n p_i \log \frac{1}{p_i}, \tag{2}$$

the logarithm being taken in base two.

In the paper [4] one has proposed, for the homogeneity degree (h) of a statistics series, with n representative intervals (equivalent to n eveniments), the relation:

$$h = 1 - \frac{H}{\log n}, \tag{3}$$

formally alike to the redundance of the messages theory.

The so defined homogeneity degree varies between zero for a totally nonhomogeneous material (with equal interval frequencies so that $H = \log n$) and the unity for a perfectly homogeneous material (with all the events grouped in a single interval, the frequencies for the others ones being null, so that $H = 0$). In Fig. 1 one has graphically represented the relation between h and H of which the above mentionned remarks are resulting.

Obviously, in practice, the extremes have but the role of limits. The definition given to the homogeneity degree satisfies the requirements of the initially raised problem but in the practical application there appear some difficulties implying more specifications to be able to go beyond them.

As in the relation (3) the entropy H represents a measure of uncertainty of the probability field which defines the studied characteristic, it is necessary to introduce units of measure for H. If, for defining the characteristic of a material, one uses statistical series of experimental data, then the entropy H gets meaning of information. That suggests the possibility to employ the bit as measure unit. In order that the experimental results that are processed of the statistical view point and to which the homogeneity degree is determined, to be comparable, one introduces the notion of standard interval which may be state precisely by $\log n$. That interval may be taken equal to an integer number of bits so that so to cover almost all the experimentally registered values (the neglected terms does not to influence the results signifiance). The length of the total interval against the average may be taken, for example, as large as three

times the standard deviation on both parts (for a symmetric distribution of the results). That interval is divided into a number of subintervals, that would be a power of two.

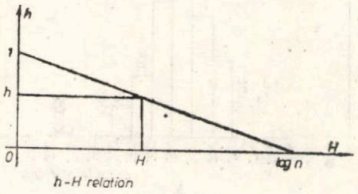


Fig. 1

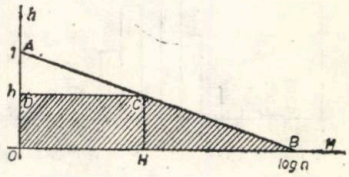


Fig. 2

Let n be the number of subintervals, then $\log n$ will be the measure, in bits, of the total interval, and the corresponding number of bits will be the measure of the standard interval. It follows that, for a material and for a certain characteristic of material one fixes the maximum amplitude and n, which determines the standard interval. The experimental testings lead to results that populate differently the standard interval, some of the subintervals remaining unpopulated.

In the graphic representation $h(H)$ the degree of homogeneity determines a point C, on the line AB (Fig. 2). A parallel to OH through that point devide the triangle area OAB into two parts.

One founds easily that the hatchured area $OBCD$ is proportional to the degree of homogeneity. The relation between that area and the total area OAB (equals to $\frac{1}{2}\log n$) may be also considered as a measure of homogeneity, therefore it is proposed to be named *the homogeneity factor* k_0. From geometric elementary considerations it results the relation

$$k_0 = 1 - \frac{H^2}{(\log n)^2}. \tag{4}$$

The homogeneity factor k_0, just like the homogeneity degree h has a practical significance, only if reported to a standard interval.

Particularly for H equalling half the interval length, the homogeneity factor has the value $k_0 = 0.75$.

3. Example

As example, two statistics series $[a]$ and $[b]$ are presented having their failure strengths obtained in testing some concrets carried out in different periods, but considered to be of same quality, and the frequencies of appearance of the values of these strengths (hystograms a and b — Fig. 3). The standard interval has been considered with 16 subintervals ($n = 16$), that is 4 bits, and the calculated entropies are $H = 3.113$ for the hystogram a and $H = 2.8635$ for the hystogram b.

The homogeneity factors calculated by means of the relation (4) have resulted to be $k_0 = 0.3944$ for the series of values $[a]$ and $k_0 = 0.4876$ for the series $[b]$. The homogeneity factor k_0 attached to the series of values $[b]$ being higher than that attached to the series of values $[a]$, indicates a better homogeneity of the concrete characterized by the series of testings $[b]$.

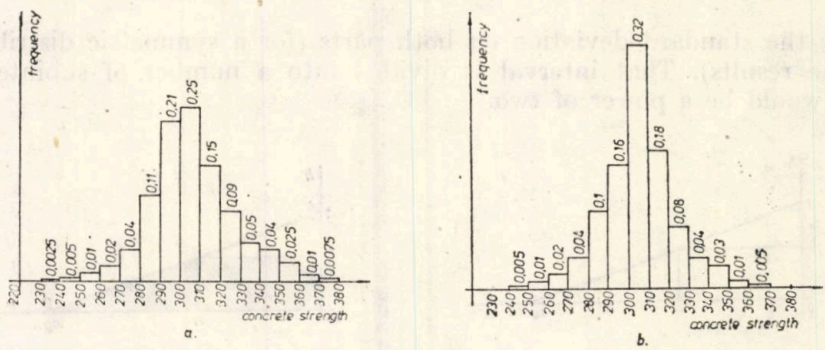


Fig. 3

4. Conclusions

By employing the concept of entropy one can attain the measure of homogeneity of some characteristics of materials, by using the introduced notions as degree of homogeneity and homogeneity factor, respectively. These introduced size may be at the same time interpreted as quality indicators or as a measure of the degree of reliability in experimental analysis (the laboratory one) of some characteristics of materials.

Along side other statistic indicators, the homogeneity degree and the homogeneity factor may contribute to a better appreciation of the safety at which the strength structures are realized both in civil engineering and mechanical engineering.

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Structural Mechanics

Received, March 1, 1979

REFERENCES

1. Ross Ashby W., *An Introduction to Cybernetics.* Chapman & Hall Ltd. University Paperbacks, 1970.
2. Guiaşu S., *Aplicaţii ale teoriei informaţiei. Sisteme dinamice. Sisteme cibernetice.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1968.
3. Negoiţă Al., Ungureanu N., *Aspecte probabilistice ale siguranţei în proiectarea construcţiilor prin metoda stărilor limită.* The Vth Conference on Concrete. Buildings Safety and Quality. Vol. II, Timişoara, 1972.
4. Ungureanu N., *Analysis of Statistic Properties of Material Using the Entropy Concept.* Proc. of the 3rd Intern. Conf. on Applic. of Statistics and Probability in Soil and Struct. Eng. Univ. of New South Wales, Jan. 29 — Febr. 2, 1979, Sydney, Australia.

FOLOSIREA CONCEPTULUI DE ENTROPIE PENTRU ANALIZA PROPRIETĂŢILOR MATERIALELOR

(Rezumat)

Caracteristicile fizico-mecanice ale materialelor constitutive ale structurilor de rezistenţă, definite statistic, cît şi omogeneitatea acestora, sînt deosebit de importante pentru aprecierea siguranţei unei construcţii. În lucrare, pentru studiul omogenităţii se foloseşte conceptul de entropie definit în teoria informaţiei, pe baza căruia s-au definit noţiunile de grad de omogeneitate [4] şi de factor de omogeneitate. Cu ajutorul acestor mărimi se pot analiza din punct de vedere al omogeneităţii diferite populaţii statistice. În particular se fac referiri la rezistenţele limită ale unor materiale de construcţii (oţel, beton). Ca exemplu s-au considerat două serii statistice reprezentînd rezistenţele de rupere obţinute la încercarea unor betoane considerate, de aceeaşi marcă şi executate în perioade diferite.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.D. 531.2 ; 519.2

PROPRIÉTÉS STATISTIQUES DU DOMAINE DE SÉCURITÉ DES STRUCTURES RIGIDES-PLASTIQUES[1])

PAR

DAN FRANGOPOL

1. Introduction

Dans sa forme traditionnelle, l'analyse limite rigide-plastique des structures en acier formées par des barres est une théorie déterministe. Vis-à-vis de la conception probabiliste de la sécurité, l'approche traditionnelle présente le défaut de ne pouvoir tenir compte ni de la dépendence probabiliste entre les actions, ni de celle entre les moments plastiques, ni de la dispersion de ces variables. Ces limitations peuvent être surmontées grâce à une approche probabiliste plus réelle par l'intermédiaire des coefficients de corrélation et de variation des actions et des moments plastiques.

Dans ce qui suit on présente une formulation probabiliste du problème d'analyse limite rigide-plastique. Elle s'applique aux structures planes constituées par des barres en acier essentiellement fléchies.

La formulation proposée permet de mettre en évidence plusieurs propriétés statistiques du domaine de sécurité des structures rigides-plastiques. Ces propriétés sont illustrées par un exemple de calcul.

2. Position du problème

Nous pouvons formuler le problème d'analyse limite probabiliste comme suit. La structure est connue par : a) sa géométrie ; b) la sollicitation de service $\{Q\}$, composée de t actions aléatoires concentrées, dont les points d'application, les lignes d'action, les lois de distribution, le vecteur des espérances mathématiques $\{E(Q)\}$ et la matrice des variances covariances-$[\sum(Q)]$ sont des données du problème ; c) les s sections potentiellement critiques et les moments plastiques aléatoires correspondants $\{M_p\}$, dont les lois de distribution, le vecteur des espérances mathématiques $\{E(M_p)\}$ et la matrice des variances-covariances $[\sum(M_p)]$ sont données.

Le problème d'analyse limite probabiliste consiste alors à trouver la probabilité de ruine rigide-plastique de la structure $P_{(-)}$ et à vérifier que cette probabilité est inférieure à la valeur $P_{(-)a}$ acceptée *a priori*.

---

[1]) Communication présenté au Sixième Congrès Canadien de Mécanique Appliquée, CANCAM 77, University of British Columbia, Vancouver, Canada, 30 mai — 3 juin, 1977.

On se bornera ici à encadrer cette probabilité par deux nombres plus simple à calculer [1] :

$$\max_{i=1}^{p}(P_{(-)i}) \leqslant P_{(-)} \leqslant \prod_{i=1}^{p} P_{(-)i},$$

où p représente le nombre total de modes de ruine possibles. L'ensemble des points $y = (E(q_1), ..., E(q_t))$ appartenant à l'espace R^t tel que $P_{(-)} = P_{(-)a}$, représente la frontière du domaine de sécurité (D.S.) de la structure.

3. Propriétés statistiques

Il résulte de l'analyse effectuée les propriétés statistique suivantes :

a) Le D.S. devient plus large lorsque la probabilité de ruine augmente.

b) La diminution du coefficient de corrélation entre les moments plastiques ou/et entre les actions entraine un élargissement du D.S.

c) L'augmentation du coefficient de variation des moments plastiques ou/et des actions a pour conséquence une réduction du D.S.

d) Le D.S. est sensible à une variation du type de la loi de distribution des moments plastiques ou/et des actions.

4. Illustration des propriétés statistiques par un exemple

On considère le portique représenté dans la fig. 1, soumis à deux actions aléatoires, P et H. Le moment plastique (aléatoire) de la poutre, M_P, et celui des colonnes, M_C, sont supposés égaux ($E(M_P) = E(M_C) = E(M) = 17{,}85$ tm). Les valeurs des coefficients de variation $V(P)$, $V(H)$ et $V(M)$ sont indiqués dans la fig. 1. On désigne par $\rho(X, Y)$ le coefficient de corrélation entre X et Y.

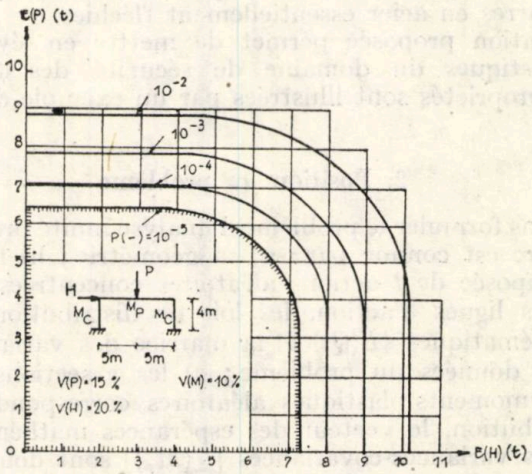


Fig. 1

Pour se placer du côté de la sécurité, on attribue à la frontière du D.S. la borne supérieure de la probabilité de ruine.

Cette figure représente la sensibilité de la frontière du D.S. du portique vis-à-vis de la probabilité de ruine dans le cas où les variables aléatoires obéissent à une loi normale.

L'auteur a analysé en détail l'influence des autres facteurs dans sa thèse de doctorat *Étude Probabiliste de la Sécurité des Constructions* (Université de Liège, 1976).

5. Conclusions

L'approche probabiliste proposée permet de mettre en relation le domaine de sécurité d'une structure rigide-plastique et les divers paramètres statistiques qui représentent au mieux la réalité. Les propriétés statistiques qui viennent d'être mises en évidence à l'aide de cet exemple restent valables dans des cas d'application plus généraux.

Reçue le 19 avril 1978

Institut de Constructions, Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. Frangopol D., Rondal J., Hung N.D., *Reliability Analysis and Optimum Probability-based Design of Plastic Structures.* 14th Intern. Congress of Theor. and Appl. Mech., IUTAM, Section 6 : Plasticity, Delft, Aug. 30—Sept. 4, 1976.
2. Frangopol D., *Structural Systems Reliability Analysis.* 2nd Intern. Conf. on Appl. of Statistics and Probability in Soil and Struct. Eng., ICASP, Section 1, Design Philosophy : Structures, Aachen, Sept. 15—18, 1975, 131—140.
3. Frangopol D., Hung N.D., *Calcul plastique probabiliste des structures en acier formées de barres.* Construction Métallique, *1*, 19—43 (1977).

PROPRIETĂŢI STATISTICE ALE DOMENIULUI DE SIGURANŢĂ AL STRUCTURILOR RIGID-PLASTICE

(Rezumat)

Se stabilesc unele proprietăţi statistice ale domeniului de siguranţă al structurilor care prezintă o comportare ideal rigid-plastică. Originalitatea esenţială a formulării propuse o constituie luarea în considerare concomitentă a dependenţelor statistice care apar între diversele încărcări ale structurii şi dependenţele statistice care se manifestă între momentele plastice din secţiunile critice ale structurii.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.D. 624.02 ; 539.3

THE POST-BUCKLING BEHAVIOUR OF ORTHOTROPIC PLATES WITH RESIDUAL STRESSES

BY

V. ILLE and IOANA MISSIR-VLAD

1. The behaviour of orthotropic elastic plates with large deflexions is governed by the von Kàrman differential equations :

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} = q(x, y) + h\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \right. \tag{1 a}$$

$$\left. + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right),$$

$$\frac{1}{E_y} \cdot \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + 2H' \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{E_x} \cdot \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \tag{1 b}$$

in which E_x and E_y represents the elasticity moduli on the orthogonal directions x, y ;

$$2H' = \frac{1}{G} - \frac{\mu_y}{E_x} - \frac{\mu_x}{E_y}; \quad D_x = \frac{E_x h^3}{12(1 - \mu_x \mu_y)}; \quad D_y = \frac{E_y h^3}{12(1 - \mu_x \mu_y)};$$

μ_x and μ_y—Poisson ratios on the directions x and y ; $\Phi(x, y)$ — the Airy function, so that the membrane stresses are :

$$\sigma_{x_m} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, \quad \sigma_{y_m} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy_m} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}. \tag{2 a}$$

The bending state of stress is obtained using the function $w(x, y)$:

$$M_x = -\left(D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right), \qquad M_y = -\left(D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right); \tag{2 b}$$

$$M_{xy} = (-2D_{xy}) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \qquad M_{yx} = -2D_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.$$

2. We suppose that the plate is submitted to the action of a residual membrane stress field, defined by a stress function :

$$\Phi_0 = \frac{abp_0}{32}\left(1 - \frac{4x^2}{a^2}\right)^2 \left(1 - \frac{4y^2}{b^2}\right)^2. \tag{3}$$

The field of residual stresses will be :

$$(4)\qquad \begin{cases} \sigma^0_{x_m} = \dfrac{\partial^2 \Phi_0}{\partial y^2} = \dfrac{p_0}{2\xi}\left(1 - \dfrac{4x^2}{a^2}\right)^2\left(\dfrac{12y^2}{b^2} - 1\right), \\ \sigma^0_{y_m} = \dfrac{\xi p_0}{2}\left(\dfrac{12x^2}{a^2} - 1\right)\left(1 - \dfrac{4y^2}{b^2}\right)^2, \quad \xi = \dfrac{b}{a}, \\ \tau^0_{xy_m} = 8p_0 \dfrac{xy}{ab}\left(\dfrac{4x^2}{a^2} - 1\right)\left(\dfrac{4y^2}{b^2} - 1\right). \end{cases}$$

Also, the plate is submitted to in-plane loads. The following load cases are presented in Fig. 1 : 1° uniaxial compression on the sides $x = \pm a/2$; 2° equal biaxial compression ; 3° unequal biaxial compression.

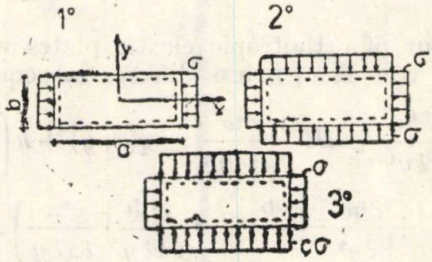


Fig. 1

To establish the boundary conditions it is necessary to observe that : a) the edges $x = \pm a/2$ are simply supported, free of membrane stresses ; b) the edges $y = \pm b/2$ are either simply supported, or immovably constrained, free only to rotate ; c) all edges remain straight during the deformations ; d) the material behaviour is elastically.

The stress function is

$$(5)\qquad \Phi(x, y) = \Phi_1(x, y) + \Phi_0(x, y),$$

in which $\Phi_1(x, y)$ defines the membrane state of stress.

The unknown functions $\Phi_1(x, y)$ and $w(x, y)$ must satisfy the equations (1) and the following boundary conditions :

$$(6)\qquad \begin{cases} x = \pm \dfrac{a}{2}, \; w = 0, \; M_x = 0, \; \tau_{xy_m} = -\dfrac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x \, \partial y} = 0 ; \\ y = \pm \dfrac{b}{2}, \; w = 0, \; M_y = 0, \; \tau_{xy_m} = 0. \end{cases}$$

Because the edges remain straight, on the sides

$$(7)\qquad \begin{cases} x = \pm \dfrac{a}{2}, \qquad \Delta x = \displaystyle\int_{-a/2}^{a/2} \frac{\partial u}{\partial x} \, dx = \text{const.}, \\ y = \pm \dfrac{b}{2}, \qquad \Delta y = \displaystyle\int_{-b/2}^{b/2} \frac{\partial v}{\partial y} \, dy = \text{const.} \end{cases}$$

In the case of geometric nonlinearity:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \varepsilon_{x_m} - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2, \qquad \frac{\partial v}{\partial y} = \varepsilon_{y_m} - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2, \tag{8}$$

$$\varepsilon_{x_m} = \frac{\sigma_{x_m}}{E_x} - \mu_x \frac{\sigma_{y_m}}{E_y}, \qquad \varepsilon_{y_m} = \frac{\sigma_{y_m}}{E_y} - \mu_y \frac{\sigma_{x_m}}{E_x}. \tag{9}$$

From (8) and (9) it results:

$$\begin{cases} \Delta x = \int\limits_{-a/2}^{a/2} \left(\frac{1}{E_x} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial y^2} - \frac{\mu_x}{E_y} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2}\right) \mathrm{d}x - \int\limits_{-a/2}^{a/2} \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \mathrm{d}x, \\ \Delta y = \int\limits_{-b/2}^{b/2} \left(\frac{1}{E_y} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} - \frac{\mu_y}{E_x} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial y^2}\right) \mathrm{d}y - \int\limits_{-b/2}^{b/2} \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \mathrm{d}y. \end{cases} \tag{10}$$

If the edges $y = \pm\, b/2$ are immovably constrained, free to rotate, then $\Delta y = 0$.

3. The system (1) may be solved approximatively as follows:
Let be

$$w(x, y) = \sum_{m=1,3,5\ldots} \sum_{n=1,3,5\ldots} f_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}. \tag{11}$$

Taking into account only the first term of the series,

$$w(x, y) = f \cos \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b}. \tag{12}$$

From (12) and (1 b) follows:

$$\frac{1}{E_y} \cdot \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial x^4} + 2H' \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{E_x} \cdot \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial y^4} = -\frac{f\pi^4}{2a^2b^2}\left(\cos \frac{2\pi x}{a} + \cos \frac{2\pi y}{b}\right). \tag{13}$$

The general solution is of the form:

$$\overline{\Phi}_1(x, y) = -\frac{p_x y^2}{2} - \frac{p_y x^2}{2}. \tag{14 a}$$

The particular one is:

$$\overline{\overline{\Phi}}_1(x, y) = E_y f^2 \left(C_1 \cos \frac{2\pi x}{a} + C_2 \cos \frac{2\pi y}{b}\right). \tag{14 b}$$

From (13) and (14 b), if $\xi = b/a$, we are

$$C_1 = -\frac{1}{32\xi^2}, \qquad C_2 = -\frac{E_x \xi^2}{32 E_y}. \tag{15}$$

Finally,

$$\Phi_1(x, y) = \overline{\Phi}_1(x, y) + \overline{\overline{\Phi}}_1(x, y) = -\frac{p_x y^2}{2} - \frac{p_y x^2}{2} -$$

(16 a)

$$-\frac{E_y f^2}{32\xi^2}\left(\cos\frac{2\pi x}{a} + \xi^4\frac{E_x}{E_y}\cos\frac{2\pi y}{b}\right).$$

The membrane stresses are:

(16 b) $\sigma_{x_m} = -p_x + \frac{E_x \pi^2 f^2}{8a^2}\cos\frac{2\pi y}{b}$, (16 c) $\sigma_{y_m} = -p_y + \frac{E_y \pi^2 f^2}{8b^2}\cos\frac{2\pi x}{a}$.

p_x and p_y are the mean values of the stresses on the edges $x = \pm a/2$ and $y = \pm b/2$, that may be obtained using the boundary conditions for the load (cases 1° ... 3°).

a) The edges $x = \pm a/2$ simply supported:

$$p_x = -\sigma.$$

b) The edges $y = \pm b/2$ simply supported:

$p_y = 0$ (case 1°), or $p_y = -\sigma$ (case 2°), or $p_y = -c\sigma$ (case 3°).

c) The edges $y = \pm b/2$ are immovably constrained:

(17) $$\Delta y = 0,\ p_y = -E_y\left(\frac{\mu_y \sigma}{E_x} + \frac{\pi^2 f^2}{8b^2}\right).$$

4. In order to obtain the value of the parameter f, the Bubnov-Galerkin method is applied. If:

(18) $$\overline{w}(x, y) = \frac{dw}{df} = \cos\frac{\pi x}{a}\cos\frac{\pi y}{b},$$

f may be calculated from the equation:

(19 a) $$\int_{-a/2}^{a/2}\int_{-b/2}^{b/2} J(x, y)\, w(x, y)\, dx\, dy = 0$$

in which: h is the thickness of the orthotropic ideal plate,

$$J(x, y) = D_x\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} -$$

(19 b)

$$-h\left[\frac{\partial^2(\Phi_1 + \Phi_0)}{\partial y^2}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\Phi_1 + \Phi_0)}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} -\right.$$

$$\left. - 2\frac{\partial^2(\Phi_1 + \Phi_0)}{\partial x\, \partial y}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial x\, \partial y}\right].$$

Performing the integrals we obtain the relationship between f and the external compressive loads for different load and boundary conditions.

5. The general equation may be written under the form:

$$\frac{\pi^2}{b^2 h}\left(D_x\xi^2 + 2H + D_y\frac{1}{\xi^2}\right) - \left(p_x + \frac{p_y}{\xi^2}\right) + \frac{f^2\pi^2}{16}\left(\frac{E_x}{a^2} + \frac{E_y}{b^2\xi^2}\right) + \tag{20}$$

$$+ 0{,}94\frac{p_0}{\xi} = 0.$$

Let be σ^*_{cr} the critical stress of the orthotropic plate, when the geometric linearity is assumed. The equation (20) may be expressed, in terms of non-dimensional values:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma^*_{cr}}, \quad \bar{p}_0 = \frac{p_0}{\sigma^*_{cr}}, \quad -1 \leqslant \bar{p}_0 \leqslant 1; \tag{21 a}$$

$$\alpha = \frac{h(E_x b^2\xi^2 + E_y a^2)}{16(D_x\xi^4 + 2H\xi^2 + D_y)}, \tag{21 b}$$

$$\sigma^*_{cr} = \frac{\pi^2}{b^2 h}\left(D_x\xi^2 + 2H + \frac{D_y}{\xi^2}\right). \tag{21 c}$$

6. The following particular cases are interesting in practical point of view:

1. Load, case 1°, the edges $y = \pm b/2$ simply supported:

$$1 + \bar{\sigma} + \bar{f}^2 + 0{,}94\frac{\bar{p}_0}{\xi} = 0. \tag{22}$$

2. Load case 1°, the edges $y = \pm b/2$ immovably restrained, free to rotate:

$$1 + \gamma\bar{\sigma} + \bar{f}^2\frac{\beta^2}{\alpha^2} + 0{,}94\frac{\bar{p}_0}{\xi} = 0, \tag{23}$$

where

$$\beta^2 = \frac{0{,}6168\,E_x\xi^2 + 0{,}74185E_y}{\pi^2(D_x\xi^4 + 2H\xi^2 + D_y)}, \tag{24 a}$$

$$\alpha_1^2 = \frac{\beta^2}{\alpha^2}, \tag{24 b}$$

$$\gamma = 1 + \frac{E_y\mu_y}{E_x\xi^2}. \tag{24 c}$$

3. Load, case 2°, all edges simply supported:

$$\bar{\sigma}\left(1 + \frac{1}{\xi^2}\right) + \bar{f}^2 + 1 + 0{,}94\frac{\bar{p}_0}{\xi} = 0. \tag{25}$$

4. Load, case 3°, all edges simply supported:

$$\bar{\sigma}\left(1 + \frac{c}{\xi^2}\right) + \bar{f}^2 + 1 + 0{,}94\frac{\bar{p}_0}{\xi} = 0, \tag{26}$$

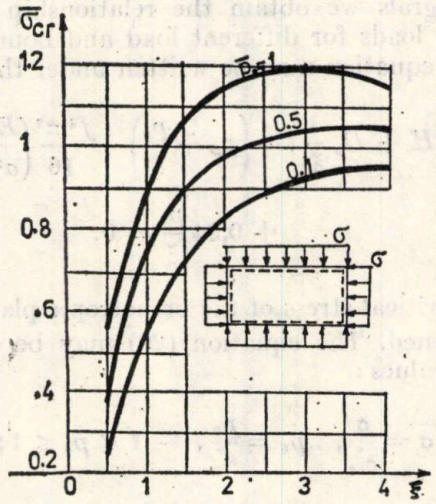


Fig. 2

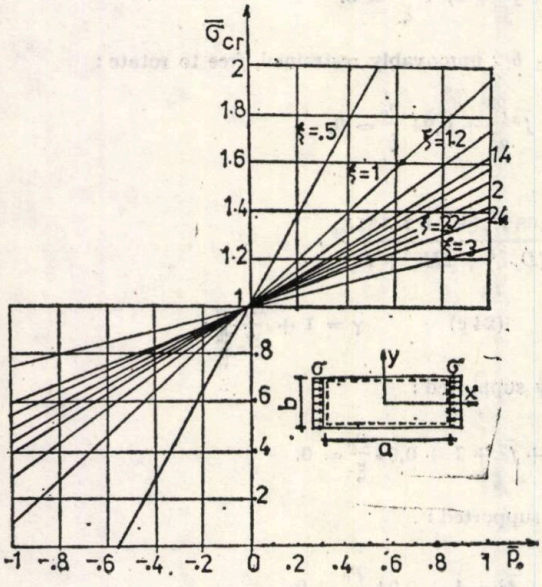


Fig. 3

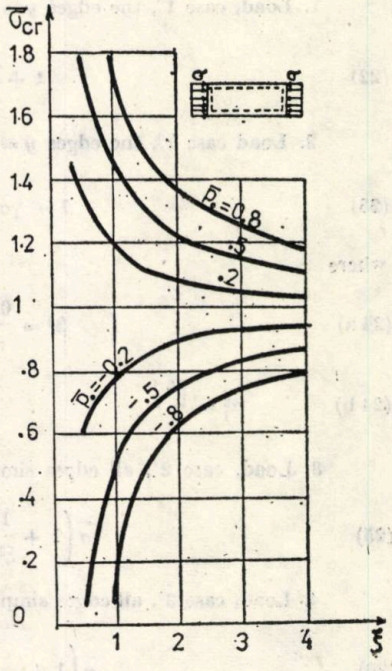


Fig. 4

For $f = 0$, the critical stress will be obtained from Eqs. (22) ... (26):

$$(27)\quad \begin{cases} 1.\ \bar{\sigma}_{cr(1)} = 0{,}94\,\dfrac{\bar{p}_0}{\xi} + 1, & 2.\ \bar{\sigma}_{cr(2)} = \left(1 + 0{,}94\,\dfrac{\bar{p}_0}{\xi}\right)\dfrac{1}{\gamma}, \\ 3.\ \bar{\sigma}_{cr(3)} = \bar{\sigma}_{cr(1)}\,\dfrac{\xi^2}{1+\xi^2}, & 4.\ \bar{\sigma}_{cr(4)} = \bar{\sigma}_{cr(1)}\,\dfrac{\xi^2}{c+\xi^2}. \end{cases}$$

The curves $\bar{\sigma}_{cr}(\xi)$, $\bar{\sigma}_{cr}(p_0)$ and $\bar{\sigma}_4(\xi)$ are given in the Figs. 2 ... 4 for the cases 1° and 3°.

It results that the residual stresses may act either as a favourable action, or as a very damageous one.

The critical stress may decrease for lower values of $\bar{p}_0 = p_0/\sigma^*_{cr}$ and ξ.

For a given ratio $\bar{\sigma}$, the elastic post-buckling behaviour of the orthotropic compressed plate will be completely established solving the equation (20) with respect to f.

Received, February 5, 1979

Polytechnic Institute, Cluj-Napoca,
Department of Structural Mechanics
and
Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Structural Mechanics

REFERENCES

1. Lau M.Y., *Dalles orthotropes.* Ministère de l'Équipement, Laboratoire central des Ponts et Chaussées, Paris, 1976.
2. Crisifield M.A., *Full-range Analysis of Steel Plates and Stiffened Plating under Uniaxial Compression.* Proc. of the I.C.E., *12*, 595—624 (1975).
3. Kennedy J., Chowdhury K.P., *Plastic Analysis of Orthotropic Skew Metallic Decks.* Proc. ASCE, J. of the Structural Division, ST 3, 1024—1046 (1977).

COMPORTAREA POST-CRITICĂ A PLĂCILOR ORTOTROPE ELASTICE CU TENSIUNI REZIDUALE

(Rezumat)

Se studiază problema plăcilor ortotrope elastice, supuse unui cîmp de tensiuni reziduale de membrană, autoechilibrate și unor eforturi de compresiune în planul plăcii, în ipoteza deplasărilor mari. S-a adoptat pentru placa ortotropă modelul Huber. Rezolvarea sistemului de ecuații von Kàrman se efectuează utilizînd metoda Galerkin.

Studiind comportarea postcritică a plăcii se poate arăta că sarcina critică este influențată de mărimea tensiunilor reziduale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 519.2 ; 550.3

ASSOCIATED LINEAR SYSTEMS WITH EQUIVALENT DAMPING

BY

LUCIAN STRAT

1. Introduction

The analytical difficulties which arise in solving differential equations of structural systems subjected to dynamic loads, taking into acount also the postelastic and nonlinear behaviour, suggested an attempt to use equivalent linearized systems reflecting in some respects the original structure [1], [2].

The equivalent viscous friction (damping) based on equalization of the energy dissipation of the actual and the linearized systems in complete cycle of vibration has been useful in the determination of the dynamic and earthquake-like response of a wide range of structures especially when the forcing function filtered by the flexibility of the system approaches to a harmonical excitation.

The equivalent damping allows the computation of the peak amplitudes of resonant steady-state vibrations in the elastic field, but it has been successfully extended also in the postelastic (yielding) field, taking into acount the stiffness decrease and the shape of the stress — strain curve [3]. For transient or earthquake-like excitations the results of applying the equivalence criteria are adequate and accurate especially for flexible tall buildings where the filter action of the structure itself has a regularising effect on the seismic response (in displacement, velocity and acceleration spectra).

2. Relationships for the Equivalent Viscous Damping

Assuming a bilinear force — displacement function (Fig. 1), and by equalization of the energy loss in the elasto-plastic and in the linear equivalent one degree of freedom system in one complete cycle, we obtain:

$$\Delta W = 4x_y\,(x_m - x_y)(k_1 - k_2) = 2\pi K_{eq}\,x_m^2\,\nu_{eq}. \tag{1}$$

The equivalent viscous friction results as:

$$\nu_{eq} = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{(x_m/x_y - 1) - 1}{(x_m/x_y)^2}\left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right), \tag{2}$$

where x_m/x_y represent the ductility ratio and k_2/k_1 — the rigidity ratio of the straight lines in the bilinear representation of the force—displacement function (Fig. 1) are the essential parameters determining the variation of this type of damping.

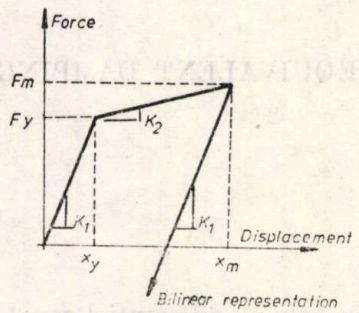


Fig. 1 — Bilinear representation of the force—displacement function.

In the case of the elasto-plastic ideal $F - x$ curve, as in Fig. 2, when $k_2 = 0$, equivalent viscous damping becomes:

$$\nu_{eq} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{x_y}{x_m}\left(1 - \frac{x_y}{x_m}\right). \tag{3}$$

Eq. (3) is represented by curve *1* in Fig. 2. This damping has a maximum value of 15.9% for a ductility ratio of 2, after that has a slow decrease. Experimental work has shown that most of the damping values given by this expression are realistic for a ductility ratio $\leqslant 6$.

For a hysteretic system, whose behaviour is described by R a m b e r g-O s g o o d functions, defined by means of the coefficients α and r, the equivalent viscous friction is given by:

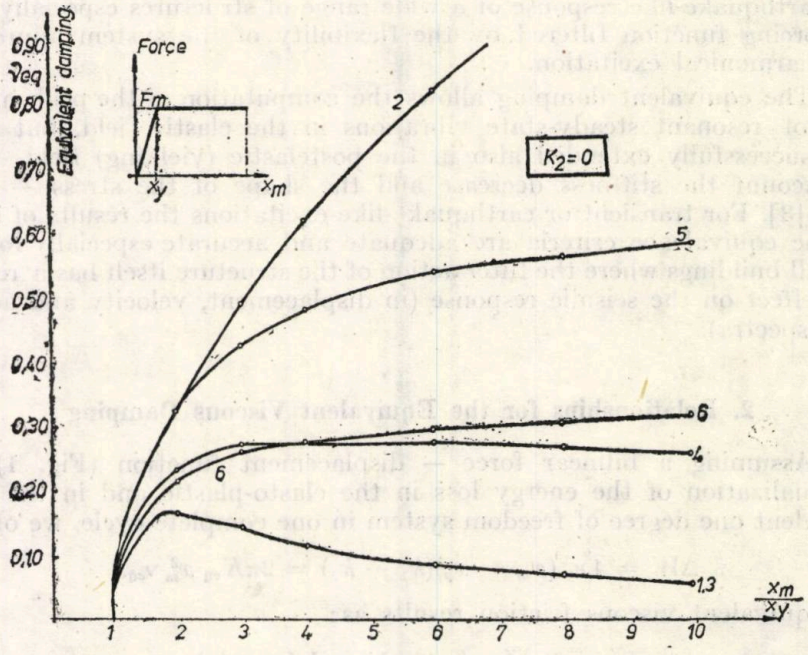


Fig. 2. — Relationships of equivalent viscous damping in terms of the ductility ratio.

$$\nu_{eq} = \frac{\frac{2\alpha}{\pi}\left(\frac{r-1}{r+1}\right)\left(\frac{F_m}{F_y}\right)^{r-1}}{[1+\alpha(F_m/F_y)^{r-1}]^2}. \tag{4}$$

However expressions (2) and (3) are not able to reflect structural behaviour when the nonlinearity is large and the stiffness degrading during the history of loading lead to a change of the dynamic properties of the original system [3]. In this case, let us assume a stepwise variable natural (circular) frequency, following the change of the dynamic rigidity. The energetical equivalence yields:

$$\nu_{eq} = \frac{\frac{2}{\pi}\cdot\frac{x_y}{x_m}\left(1-\frac{x_y}{x_m}\right)\omega_0^2}{\omega^2(x_0)}, \tag{5}$$

where: ω_0 is the natural circular frequency in the elastic range and $\omega(x_0)$ — the variable associated circular frequency depending upon the peak amplitude in a given cycle of oscillation. This type of damping is plotted in Fig. 2, curve *2*.

Another equivalence proceeding associates a variable dynamic mass $m(x_0)$ with the aim to match the frequency variation [2]. The relation ship for the viscous friction found by J e n n i n g s is identical with (3), that means curve *3* (Fig. 2) fit together to curve *1*. The stiffness of such an associated oscillator is

$$k = m(x_0)\,\omega^2(x_0).$$

Another equivalence method assumes a constant critical damping, in the same time reflecting the stiffness variation. Such an attempt of matching the frequency variation leads to a variable mass of the equivalent one degree of freedom system

$$m(x_0) = \frac{\sqrt{km}}{\omega(x_0)}.$$

The percentage of the critical damping results:

$$\nu_{eq} = \frac{\frac{2}{\pi}\cdot\frac{x_y}{x_m}\left(1-\frac{x_y}{x_m}\right)\omega_0}{\omega(x_0)}. \tag{6}$$

Expression (6) is plotted also in Fig. 2, curve *4*.

Geometrical linearization of the F vs. x curve in the assumption that the peak values of the amplitudes are the same, yield to rather high values of the damping, as:

$$\nu_{eq} = \frac{2}{\pi}\left(1-\frac{x_y}{x_m}\right). \tag{7}$$

Relationship (7) is represented by curve 5 in Fig. 2. This damping together with that given by expression (5), are adequate up to a certain

upper limit, for highly nonlinear materials yielding to a low rate of the ductility ratio. More realistic seems to be the geometrical linearization of the F vs. x (or M vs. θ) curves, the energy loss of the actual structure being equivalent in this case with the conventional energy dissipation in the associated linear system [2], [3]. The damping percentage of the critical results :

$$\nu_{eq} = \frac{\frac{2}{\pi}\left(1 - \frac{x_y}{x_m}\right)}{2 - x_y/x_m}. \tag{8}$$

Function given by (8) is plotted in Fig. 2, curve *6*. No great difference can be observed between curves *4* an *6*.

Experimental results obtained with ductile models show a good coincidence with the above relationships, especially with those described by curves *1*, *3*, *4* and *6*, corresponding to an average level of the rigidity degrading rate.

3. Absolute and Relative Damping Forces

In order to apply the linearization of the above described systems to a multistoried typical building, of the shear type, let us define the damping forces in the earthquake response.

The differential equations of motion, including nonconservative forces for a multistoried shear building, idealized by the model shown in Fig. 1, can be written by means of the L a g r a n g e equation :

$$\frac{\partial(U - V)}{\partial q_i} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{\partial(U - V)}{\partial \dot{q}_i}\right] + Q_i = 0. \tag{9}$$

Choosing x_i and θ as general coordinates and defining the relative displace ments u_i such that

$$u_i = x_i - x_s \tag{10}$$

the damping forces can be expressed in two kinds : a) absolute damping forces :

$$F_{ai} = c_a M_i \ddot{u}_i$$

and b) relative damping forces :

$$F_{ri} = c_r k_i [\dot{u}_i - \dot{u}_{i-1} - (H_i - H_{i-1})\,\dot{\theta}],$$

proportional to the stiffness k_i and to the difference of the relative velocities $[\dot{u}_i - \dot{u}_{i-1} - (H_i - H_{i-1})\,\dot{\theta}]$.

Taking into acount the structure—soil interaction and the definition of the damping forces, the governing differential equilibrium equations of a damped elastic multidegree freedom system, as represented in Fig. 3, can be written as :

$$M_i\ddot{u}_i + F_{ai} + F_{ri} - F_{r,i+1} + R_i - R_{i+1} = -M_i\,\ddot{x}_s, \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, n), \tag{11}$$

(12) $$I_1 \ddot{\theta} + k_\theta \theta + C_\theta \dot{\theta} + M_i (\ddot{u}_i + \ddot{x}_s) H_i = 0,$$

where :

(13) $$I_1 = \sum_{i=0}^{n} \frac{M_i b_i^2}{12} \text{ and } R_i = k_i [u_i - u_{i-1} - (H_i - H_{i-1}) \theta].$$

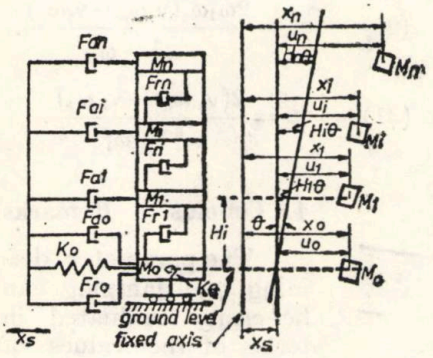


Fig. 3. — Idealized multi-storey shear building.

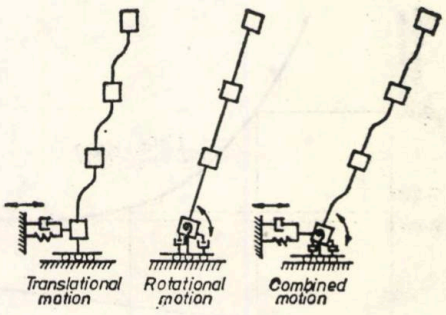


Fig. 4. — Structure—soil interaction representation.

An exact closed form of the solution for linearly damped elastic (or quasi-elastic) multidegree freedom system, including foundation interaction, suitable for any digitalized earthquake record, has been developed in [4]. The interaction parameters are idealized by the translational, rotational and combined motions, as can be seen in Fig. 4. Using matrix notations, Eq. (11) can be written as :

(14) $$[M]\{\ddot{u}\} + [c]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = -[M]\{\ddot{x}_s\},$$

where :

(15) $$[c] = c_a[M] + c_r[K].$$

After a number of matrix transformations and using Eq. (15), we obtain :

(16) $$[\Phi]^T [c][\Phi] = c_a [I] + c_r [\omega^2] = 2[\varepsilon],$$

where ε_i can be expressed in terms of the percentage of critical damping, ν_i, as follows :

(17) $$\varepsilon_i = \omega_i \nu_i.$$

The critical damping in the ith mode being :

(18) $$\nu_{cri} = 2M_i \omega_i,$$

it follows that :

(19) $$\nu_i = \frac{1}{2}\left(\frac{c_a}{\omega_i} + c_r \omega_i\right) = \nu_{eq\,(i)}.$$

Defining overall damping for structures similar to those represented in Figs. 3, 4, we can establish the contribution of both types of damping in the analysis of seismic response: relative damping is more effective in the higher modes whereas the absolute damping controls the motion in the lower modes (Fig. 5). The parameters c_a and c_r can also be defined in terms of the damping coefficients in the first (ν_1) and last (ν_n) modes (s. also [4]) as follows .

$$c_a = \frac{2\omega_1\omega_n(\nu_1\omega_n - \nu_n\omega_1)}{\omega_n^2 - \omega_1^2}, \tag{20}$$

$$c_r = \frac{2(\nu_n\omega_n - \nu_1\omega_1)}{\omega_n^2 - \omega_1^2}. \tag{21}$$

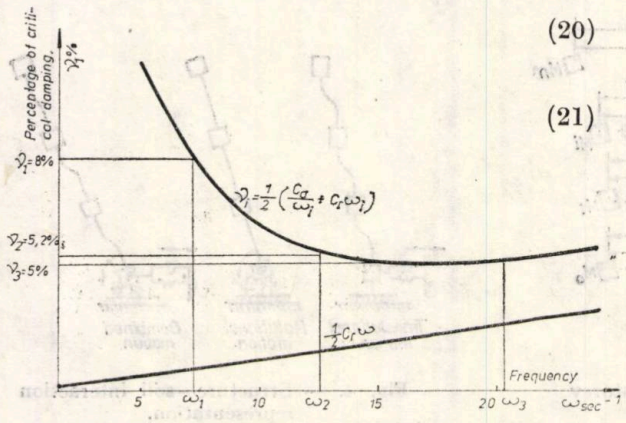


Fig. 5. — Critical damping for a three-storey shear building.

4. Conclusive Remarks

The parameters defining the damping can be easily evaluated in terms of the values of the percentages of critical damping ν_1 and ν_n by means of relations (20) and (21). As regards the higher modes, experimental determination of the critical damping is rather difficult, in this case the equivalent viscous damping relations are available. Postelastic behaviour can be analysed taking into acount the equivalent viscous friction given by expressions (2) ... (8) depending upon the above mentioned conditions, basically upon the shape of the P vs. x function and of the ductility ratio.

Received, November 1 , 1978

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Architecture

REFERENCES

1. Hudson D.E., *Equivalent Viscous Friction for Hysteretic Systems with Earthquake-Like Excitations.* Proc. IIIrd World Conference on Earthquake Engineering, New-Zealand, 1965.
2. Jennings P.C., *Equivalent Viscous Damping for Yielding Structures.* J. of the Eng. Mech. Div. ASCE, **64**, *EM 1* (1968).
3. Strat L., *Contribuții privind caracteristicile dinamice ale unor structuri în domeniul liniar și neliniar.* Ph. D. Diss., Polyt. Inst., Jassy, 1972.
4. Singhal A.C., *Inelastic Earthquake Response of Multistory Buildings.* The Struct. Eng., **49**, *9* (1971).

SISTEME LINIARE ASOCIATE CU AMORTIZARE ECHIVALENTĂ

(Rezumat)

Se analizează modul de exprimare a amortizării vîscoase cu ajutorul sistemelor liniare echivalente care disipă o energie de oscilație echivalentă în timpul mișcărilor seismice. În funcție de parametrii care caracterizează comportarea structurii în domeniul elastic și postelastic, se stabilesc expresiile care permit calculul amortizării critice. Pentru clădiri multietajate cu șaibă rigidă se definesc forțele de amortizare (relativă și absolută) care intervin în matricea de amortizare în diferite moduri de oscilație.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.K. 526 : 624.1

UNLINEARE MODELLE FÜR DIE DARSTELLUNG DER BODENSTEIFIGKEIT IN DEM PHENOMÄN DER WECHSELWIRKUNG STRUKTUR—GRÜNDUNGSBODEN

VON

C. IONESCU

1. Im Laufe der seismischen Aktionen verändert die Verformbarkeit des Gründungsbodens die seismische Antwort der Struktur. Die Wechselwirkung Struktur—Gründungsboden folgt sowohl aus der Tatsache, daß die Bodenbewegung durch die Gründungssohle der Struktur übertragen wird, als auch infolge der den Gründungen anliegenden Erdmassen, so wie diese in Abb. 1 dargestellt sind und mit m_{s1} und m_{s2} bezeichnet sind.

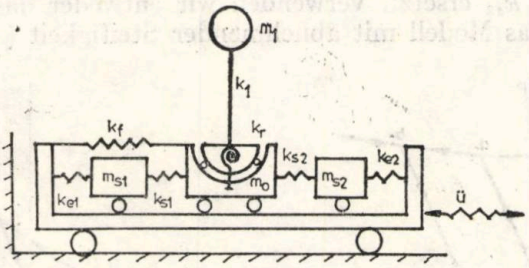


Abb. 1

Die Gleichungen der Bewegung der Massen dieses Verbundmodells zwischen der Struktur und dem Gründungsboden werden folgendermassen in Matrixform ausgedrückt:

$$[m]\begin{Bmatrix}\ddot{x}\\ \ddot{\varphi}\end{Bmatrix}+[K_L^e]\begin{Bmatrix}x\\ \varphi\end{Bmatrix}=-[m]\begin{Bmatrix}1\\ 0\end{Bmatrix}\ddot{u}\,, \tag{1}$$

weil das Modell fünf Freiheitsgrade besitzt, enthält das System fünf Gleichungen, Es wurden folgende Bezeichungen gemacht: $[m]$ — Diagonalmatrix der Massen und der massischen Trägheitsmomente, $\begin{Bmatrix}x\\ \varphi\end{Bmatrix}$ — Vektor der horizontalen Massenverschiebungen und der Drehverschiebungen bezogen auf die Gründungssohle (m_0), $\ddot{u}$ — Bodenbeschleunigung zeits der Dauer der seismischen Aktionen, $[K_L^e]$ — Matrix der seitlichen Steifigkeit in der Verbundwechselwirkung mit dem Gründungsboden, die so wie in der Arbeit [1] festgelegt wurde.

2. Wenn wir uns auf die Wechselwirkung mit der der Gründung anliegenden Masse beziehen, analysieren wir zuerst detaillierter die Federn die in Abb. 1 mit k_{s1} und k_{s2} bezeichnet sind. Die Federn k_{s1} und k_{s2} stellen die Steifigkeit des Gründungsbodens zeits der seitlichen Verschiebung der Gründungsmasse dar; das gewählte Modell, bilinear für den Fall Druck, hat den Wert Null für Zug [2] (Abb. 2).

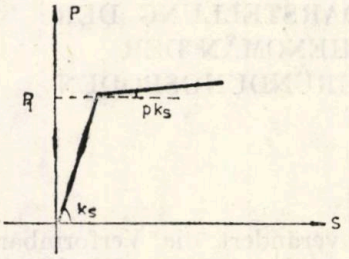


Abb. 2

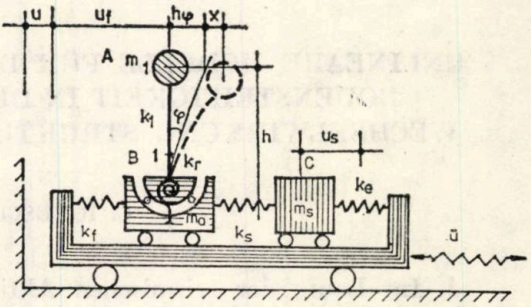


Abb. 3

Für das Studium der seismischen Antwort des vorgeschlagenen dynamischen Modells führen wir ein mathematisches Modell (Abb. 3) mit vier Freiheitsgraden ein, und für die Steifigkeit der Feder k_s, welche die Federn k_{s1} und k_{s2} ersetzt, verwenden wir entweder das bilineare Modell (Abb. 4) oder das Modell mit abnehmender Steifigkeit (Abb. 5).

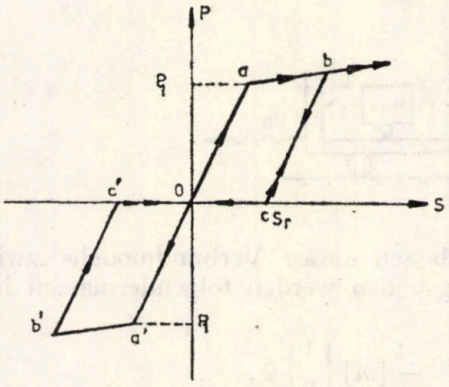


Abb. 4

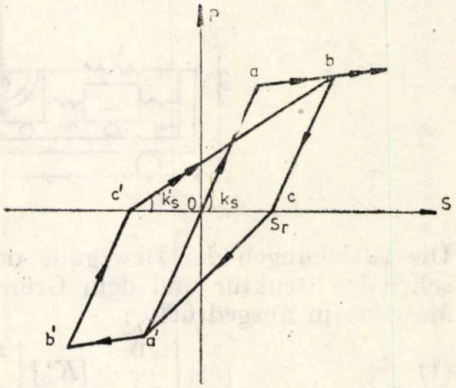


Abb. 5

3. Im Falle des bilinearen Modells (Abb. 4), welches durch die Kombinationen der zwei dazugehörigen Modelle für k_{s1} und k_{s2} erhalten worden ist, unterscheiden wir:

a) Der Zweig (Skelett) $O-a$, mit der Steigung k_s, physisch stellter die Zusammendrückung durch die Gründung des anliegenden Bodens dar.

b) Der Zweig $a-b$, mit der Steigung pk_s, für den Fall wenn ein gegebener Wert P_1 überschritten wird, welcher nach den Studien von B a r k a n Werte zwischen 500 kN/m² und 2 000 kN/m² hat.

c) Der Entlastungszweig $b-c$, für die Periode in welcher sich der Bewegungssinn verändert, mit der Steigung k_s.

d) Der Zweig $c-O$, mit der Steigung Null, welcher den Nullpunktrückgang darstellt, das physisch mit der Wiederherstellung des Kontaktes zwischen der Gründungsmasse und des anliegenden Bodens auf der Gegenseite übereinstimmt.

e) Die Zweige $O-a'$, $a'-b'$, $b'-c'$, sind mit den ersten identisch, aber für den Fall des Zusammendrückens des Bodens von links.

f) Bei der Bewegungsänderung, und zwar des Bewegnugssinnes, unterscheiden wir für erste den Zweig $e'-c$, mit der Steigung Null, wenn die remanenten Verformungen aufgebraucht werden und der Kontakt zwischen Gründung und anliegendem Boden auf der rechten Seite des Bauwerkes wieder aufgenommen wird.

4. Das Modell mit abnehmender Steifigkeit (Abb. 5) erhält man ebenfalls durch eine Kombination der zwei Modelle k_{s1} und k_{s2}, das aber die Tatsache spezifisch hat, daß die Wiederaufnahme des Kontaktes zwischen der Gründung und des anliegenden Bodens nicht durch den Verbrauch der remanenten Verformungen, durch die Steifigkeit Null gemacht wird, sondern durch eine abnehmende Steifigkeit, was leicht aus den Ausgangsbedingungen abgeleitet wird.

Die Vorteile der eingeführten Modelle sind :

a) Der Freiheitsgrad des physischen Modells, welches das Bauwerk in seiner Verbundwechselwirkung mit dem Gründungsboden idealisiert, wird um eins verkleinert.

b) Durch die Einführung der Kurve $a-b-c-O$ wird in die Berechnung auch die Dämpfung des anliegenden Bodens eingeführt.

c) Das Gleichungssystem (1) kann durch eine numerische Integrationsmethode (Schritt für Schritt, z.B. N e w m a r k) gelöst werden, und als seismische Aktion kann die N—S-Komponente des Erdbebens El-Cento (1940) verwendet werden.

Eingegangen am 9. Juli 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Baumechanik

LITERATURVERZEICHNIS

1. C i o n g r a d i I., *Contribuţii la determinarea răspunsului seismic neliniar al structurilor în cadre.* Dokt. Diss., TH, Jassy, 1971.
2. I o n e s c u C.D., *Contribuţii la determinarea răspunsului seismic al structurilor în cadre în conlucrare cu terenul de fundaţie.* Dokt. Diss., TH, Jassy, 1973.

MODELE NELINIARE PENTRU REPREZENTAREA RIGIDITĂŢII PĂMÎNTULUI ÎN FENOMENUL DE INTERACŢIUNE STRUCTURĂ—TEREN DE FUNDAŢIE

(Rezumat)

Se introduce un model biliniar şi unul cu rigiditate descrescătoare pentru a reprezenta pămîntul adiacent fundaţiei în timpul conlucrării structură—teren de fundaţie la acţiuni seismice. Se pleacă de la considerentul că pămîntul lucrează numai la compresiune.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.D. 624.01

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE D'ÉTAT LIMITE DE FISSURATION DANS LES SECTIONS INCLINÉES DES ÉLÉMENTS PRÉCONTRAINTS

PAR

MARCEL PATRAŞ

1. Le calcul des éléments en béton précontraint pendant la fissuration dans les sections inclinées est effectué en se basant sur la limitation des tensions principales de traction σ_{b1}, déterminées dans le stade élastique en tenant compte aussi de l'influence de différents facteurs, à savoir : la précontrainte, la tension principale σ_{b2}, la résistance du béton, etc. Les essais ont montré que les fissures inclinées ont apparu pour des valeurs calculées des tensions principales de traction, σ_{b1}, plus réduites que la résistance à la traction du béton, R_t, et l'influence de l'état biaxial de tensions semble ne pas s'en faire sentir sur la résistance du béton.

Quoique jusqu'au présent on n'a pas réussi à élaborer aucune théorie ou relation de calcul qui soit capable à refléter le plus exactement possible la corrélation entre les tensions principales σ_{b1} et la résistance à la traction R_t on a fait usage des relations pour une comparaison avec les valeurs expérimentales.

2. On considère qu'on peut exprimer la condition de sécurité à l'apparition des fissures inclinées en limitant σ_{b1} en fonction bien d'une série de paramètres qui agissent sur la fissuration dans les sections inclinées, à savoir : l'intensité de la précontrainte ($\sigma_{bx} = \overline{N}_{p0}/A_i$), le schéma de chargement (M/Qh), l'armature transversale, μ_t, l'armature tensionnée, A_p évidement la résistance à la traction du béton, R_t. On a fait usage des relations suivantes :

(1) $$\frac{\sigma_{b1}}{R_t} = k_1$$

— prescription du STAS 8 000/67 et du RS 119/74 ;

(2) $$\frac{\sigma_{b1}}{R_t} + \frac{\sigma_{b2}}{R_c} = k_2$$

— équivalente à la prescription FIP—CEB et STAS 8 000/73 ;

(3) $$\frac{\sigma_{b1}}{R_t\left(1 - \frac{\sigma_{b2}}{R_c}\right)} = k_3$$

— prescription du RS 119/74 et du STAS 10 107/0—76.

En se basant sur l'interprétation des donnés expérimentales (65 poutres) on propose pour la limitation des tensions σ_{b1} les relations suivantes, qui saisissent l'influence des principaux paramètres conformément à la théorie de la résistance des déformations spécifiques maxima :

$$(4) \qquad \frac{\sigma_{b1} + \mu\sigma_{b2}}{R_t} = k_4, \qquad (5) \qquad \frac{\sigma_{b1}}{R_t\,[1 - (\sigma_{b2}/R_c)^{2/3}]} = k_5,$$

$$(6) \qquad \frac{\sigma_{b2}}{R_t\left[1 - \dfrac{\sigma_{b2} - \sigma_{bx}}{\sqrt[3]{\mu_t\,\sigma_{b2}}}\right]} = k_x.$$

Comme il résulte du tableau 1 et de la fig. 1, chez un grand nombre de poutres (43 des 65) les fissures inclinées ont apparu pour des valeurs σ_{b_1} plus basses que R_t. Les valeurs du rapport $\sigma_{b1}/R_t = k_1$ sont inférieures à l'unité, parfois égales à 0,55. Cela signifie que, dans des conditions usuelles, du moins pour des poutres à section double T, la probabilité de l'apparition des fissures inclinées, au niveau des charges de service, est sensiblement plus forte que 5%.

En ce qui concerne la relation (2) on constate qu'aux 28 des 65 poutres, la fissure inclinée a apparu pour des valeurs k_2 inférieures à l'unité (tableaux 1, 2 ; fig. 2).

Dans le STAS 10 107/76 on réalise la limitation de σ_{b1} au moyen d'une relation de la forme

$$(3') \qquad \sigma_{b1} \leqslant \left(1 - \frac{\sigma_{b2}}{R_c}\right) R_t,$$

ayant les expressions suivantes pour les trois classes de fissuration :

a) pour la I-ère classe, $\sigma_{b1} \leqslant R_t\left(1 - \dfrac{\sigma_{b2}}{R_2}\right)$;

b) pour la II-ème classe, $\sigma_{b1} \leqslant R_t^n\left(1 - \dfrac{\sigma_{b2}}{R_t^n}\right)$;

c) pour la III-ème classe, $\sigma_{b1} \leqslant 1{,}5R_t^n\left(1 - \dfrac{\sigma_{b2}}{1{,}5\,R_c^n}\right)$.

L'analyse des résultats expérimentaux à travers le prisme d'une telle relation, que correspond, par exemple, à la II-ème classe de fissuration, montre (fig. 3), que pour 27 des 65 poutres les fissures inclinées ont apparu pour des valeurs $k_3 \leqslant 1$. On considère qu'une pareille relation pourrait être utiliseé dans les calculs pourvu qu'elle soit corrélée avec un pourcentage minimum d'armature transversale.

En ce qui concerne la relation proposée (4), qui correspond à la théorie de la déformation spécifique maxima de la résistance des matériaux, on constate (fig. 4) que pour 63 des 65 poutres les valeurs k_4 sont > 1 et par conséquent la relation conduit à des valeurs couvrantes pour n'importe quel

Tableau 1

L'apparition des fissures obliques

Poutre	b cm	Armature tensionnée		Étriers		Béton R_c daN/cm²	$\frac{a}{h}$	Degré de préc. σ_b daN/cm²	τ_B daN/cm²	σ_{1B} daN/cm²	σ_{2B} daN/cm²	$\frac{\sigma_1}{R_t} = k_1$			$\frac{\sigma_1 + \mu\sigma_2}{R_t} = k_4$			$\frac{\sigma_1}{R_t} + \frac{\sigma_2}{R_c} = k_2$			Relation COMECOM pour B 500 $\frac{\sigma_1}{R_t\left(1-\frac{\sigma_2}{R^{\text{COMECOM}}}\right)} = k_3$	$\frac{\sigma_1}{R_t[1-(\sigma_2/R_c)^{2/3}]} = k_5$	$\frac{\sigma_2}{R_t\left[1-\frac{\sigma_2-\sigma_b}{\sqrt[3]{\mu_t\,\sigma_2}}\right]} = k_6$
				Φ/m	μ_t %							R_t^{FIP}	R_t^{STAS}	R_t^{COMECOM}	R_t^{FIP}	R_t^{STAS}	R_t^{COMECOM}	R_t^{FIP} et R_c^{FIP}	R_t^{STAS} et R_c^{STAS}	R_t^{COMECOM} et R_c^{COMECOM}			
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
G 4						436	2,5	52,7	40,3	22,0	74,7	0,74	0,795	0,805	1,21	1,30	1,31	0,952	1,011	10,5	1,03	1,27	1,45
G 5						452	1,5	53,0	46,0	27,0	80,0	0,89	0,95	0,97	1,48	1,59	1,62	1,11	1,157	1,205	1,26	1,56	1,96
G 6						452	2,0	53,3	43,1	23,9	77,2	0,79	0,845	0,86	1,3	1,39	1,41	1,00	1,06	1,088	1,11	1,36	1,62
G 7				3 Ø 6 OB 37	0,283	491	3,5	53,5	34,6	16,9	70,4	0,52	0,565	0,585	0,95	1,03	1,055	0,70	0,752	0,777	0,715	0,90	0,925
G 8						491	4,0	51,5	34,6	17,5	69,0	0,54	0,585	0,60	0,97	1,05	1,07	0,72	0,77	0,787	0,735	0,93	1,00
G 9						467	4,0	51,8	42,0	23,4	75,2	0,75	0,81	0,83	1,23	1,32	1,35	0,955	1,02	1,047	1,07	1,29	1,565
G 10						467	3,5	52,0	40,3	22	74,0	0,705	0,76	0,78	1,175	1,27	1,28	0,905	0,967	0,993	0,985	1,21	1,42
G 11						525	4,5	52,2	37,5	17,1	69,3	0,58	0,63	0,64	1,01	1,09	1,11	0,751	0,81	0,825	0,895	0,95	0,82
G 12						525	1,5	52,7	48,2	29	81,7	0,87	0,935	0,95	1,35	1,46	1,48	1,065	1,159	1,16	1,21	1,49	1,74
G 13	6			5 Ø 6 OB 37	0,47	488	4,5	50,4	39,2	20,3	70,7	0,625	0,68	0,595	1,06	1,15	1,18	0,805	0,867	0,888	0,85	1,05	1,10
G 14						488	4,5	49,6	36,3	18,2	67,8	0,56	0,61	0,52	0,97	1,06	1,08	0,733	0,79	0,805	0,76	0,91	0,95
G 15						459	4,0	49,6	39,1	21,6	71,2	0,70	0,75	0,755	1,15	1,24	1,27	0,894	0,950	0,971	0,965	1,175	1,32
G 16						459	3,0	50,0	43,1	25	75	0,81	0,87	0,885	1,29	1,39	1,42	1,010	1,08	1,102	1,13	1,40	1,36
G 17			TBP 12			398	2,5	52,0	40,3	21,9	73,9	0,785	0,83	0,845	1,31	1,39	1,41	1,016	1,06	1,09	1,11	1,38	1,24
G 18				5 Ø 8 OB 37	0,83	410	4,0	53,5	39,2	20,75	74,25	0,74	0,785	0,80	1,27	1,35	1,37	0,972	1,02	1,045	1,06	1,30	1,14
G 19						495	3,5	52,4	42,0	23,3	75,7	0,715	0,775	0,79	1,17	1,28	1,31	0,905	0,972	0,992	0,985	1,20	1,22
G 20						495	3,5	40,5	36,3	20,1	60,7	0,615	0,67	0,68	1,01	1,11	1,13	0,767	0,828	0,842	0,81	1,00	1,05
G 21						432	1,5	52,5	48,9	29,25	81,75	1,01	1,07	1,08	1,58	1,67	1,69	0,247	1,312	1,33	1,43	1,78	1,72
G 22	6					467	3,0	52,5	42,3	23,6	76,1	0,755	0,815	0,835	1,24	1,34	1,35	0,962	1,03	1,05	1,06	1,31	1,24
G 23				3 Ø 6 OB 37	0,283	453	3,0	50,2	35,1	18	68,2	0,585	0,63	0,645	1,03	1,11	1,13	0,775	0,824	0,850	0,825	0,98	1,12
G 24						453	2,5	52,0	38,5	21,5	73,5	0,70	0,76	0,775	1,18	1,27	1,30	0,904	0,969	0,991	0,975	1,20	1,39
G 27						504	1,5	52,7	43,1	24,15	76,85	0,74	0,805	0,815	1,21	1,32	1,34	0,933	1,005	1,026	1,04	1,25	1,23
G 28				5Ø 8 PC 52	0,83	504	2,5	53,0	43,1	24,0	77,0	0,735	0,80	0,81	1,20	1,31	1,345	0,928	1,00	1,02	1,025	1,23	1,27
G 29						460	3,5	53,5	36,6	18,6	71,9	0,595	0,64	0,66	1,06	1,14	1,15	0,79	0,84	0,867	0,825	1,05	0,93
G 30						460	3,5	53,9	39,2	20,6	74,6	0,56	0,71	0,73	1,135	1,22	1,24	0,862	0,918	0,945	0,92	1,13	1,03
G 32						365	1,5	41,5	47,4	30,0	71,6	1,14	1,19	1,21	1,68	1,76	1,79	1,39	1,44	1,47	1,63	2,04	3,67
G 33				3 Ø PC 52	0,25	380	2,0	41,6	44,8	28,5	70,1	1,055	1,11	1,13	1,58	1,66	1,69	1,285	1,35	1,38	1,48	1,85	3,37
G 35						409	4,5	37,4	37,6	23,3	60,7	1,815	0,87	0,885	1,245	1,33	1,34	1,00	1,057	1,084	1,09	1,33	2,24
G 37				5 Ø 6 OB 37	0,235	510	1,5	41,9	52,1	35,2	77,0	1,075	1,17	1,19	1,55	1,69	1,72	1,268	1,37	1,396	1,50	1,82	4,60
G 39						411	2,5	43,0	39,2	23,1	66,1	0,825	0,875	0,89	1,30	1,39	1,40	1,03	1,085	1,107	1,13	1,44	2,07
G 41	12			5 Ø 8 OB 37	0,41	570	2,5	41,2	39,4	24,0	65,2	0,66	0,74	0,75	1,01	1,13	1,15	0,804	0,892	0,904	0,875	1,06	1,49
G 44						506	1,5	40,8	37,6	22,6	63,4	0,69	0,755	0,765	1,075	1,18	1,20	0,85	0,92	0,94	0,915	1,07	1,47
G 46			2TBP 12 + 1 PC 90			440	2,5	28,25	34,6	23,2	51,4	0,775	0,83	0,84	1,110	1,18	1,205	0,921	0,98	0,995	0,985	1,18	3,16
G 47			3TBP 12 + 2PC 90 Ø 18	5 Ø 6 OB 37	0,235	630	2,5	42,0	50,0	33,0	75,0	0,835	0,95	0,97	1,215	1,38	1,41	1,09	1,11	1,13	1,14	1,37	3,43
G 50						414	3,5	41,7	34,0	19,1	60,8	0,665	0,710	0,725	1,11	1,17	1,19	0,85	0,90	0,93	0,895	1,11	1,48
G 51						640	1,5	43,5	52,5	35	78,5	0,91	1,04	1,06	1,37	1,57	1,60	1,071	1,213	1,24	1,28	1,40	3,86
G 59	6		3TBP 12			470	2,5	17,65	28,9	21,4	39,05	0,68	0,74	0,75	0,92	1,00	1,02	1,785	1,848	0,87	0,84	1,20	4,30
G 63			2TBP 12 1PC 90 1 Ø 16	3 Ø 6 OB 37	0,283	500	2,5	34,6	34,6	21,3	55,9	0,65	0,71	0,72	0,99	1,08	1,10	0,79	0,855	0,88	0,855	1,21	1,72

Tableau 2

L'apparition des fissures obliques

Poutre	b cm	Armature tensionnée		Étriers Φ/m	Étriers μ_t %	Béton R_c daN/cm²	$\frac{a}{h}$	Degré de préc. σ_b daN/cm²	τ_B daN/cm²	σ_{1B} daN/cm²	σ_{2B} daN/cm²	$\frac{\sigma_1}{R_t}=k_1$ R_t^{FIP}	$\frac{\sigma_1}{R_t}=k_1$ R_t^{STAS}	$\frac{\sigma_1}{R_t}=k_1$ $R_t^{COMECOM}$	$\frac{\sigma_1+\mu\sigma_2}{R_t}=k_4$ R_t^{FIP}	$\frac{\sigma_1+\mu\sigma_2}{R_t}=k_4$ R_t^{STAS}	$\frac{\sigma_1+\mu\sigma_2}{R_t}=k_4$ $R_t^{COMECOM}$	$\frac{\sigma_1}{R_t}+\frac{\sigma_2}{R_c}=k_2$ R_t^{STAS} et R_c^{FIP}	$\frac{\sigma_1}{R_t}+\frac{\sigma_2}{R_c}=k_2$ R_t^{STAS} et R_c^{STAS}	$\frac{\sigma_1}{R_t}+\frac{\sigma_2}{R_c}=k_2$ R_t et $R_c^{COMECOM}$	Relation COMECOM pour B 500 $\frac{\sigma_1}{R_t\left(1-\frac{\sigma}{R^{COMECOM}}\right)}=k_3$	$\frac{\sigma_1}{R_t[1-(\sigma_2/R_c)^{2/3}]}=k_5$	$\frac{\sigma_2}{R_t\left[1-\frac{\sigma_2-\sigma_b}{\sqrt[3]{\mu_t}\,\sigma_2}\right]}=k_6$
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
G 1	15	Armature prétendue	TBP9 24 × × 7 Ø 3	5 Ø 8	0,29	410	2,5	44,7	46,2	28,9	73,6	1,030	1,08	1,095	1,535	1,63	1,65	1,239	1,305	1,332	14,3	1,72	2,6
G 2				3 Ø 6	0.100	390	1,5	42,0	35,7	20,3	62,3	0,738	0,78	0,79	1,190	1,26	1,275	0,938	0,982	1,00	1,00	1,19	2,84
G 3				4,5 Ø 8	0,285	490	1,5	39,4	61,7	45,0	84,4	1,380	1,51	1,535	1,90	2,07	2,11	1,59	1,74	1,785	1,995	2,38	5,10
G 4				5,5 Ø 12	0,760	430	2,5	38,5	47,8	32,25	70,75	1,090	1,17	1,19	1,575	1,685	1,705	1,295	1,38	1,408	1,515	1,8	2,36
G 5			TBP12	4,5 Ø 8	0,265	390	2,5	16,2	33,2	25,4	41,6	0,940	0,975	0,99	1,23	1,30	1,315	1,07	1,11	1,13	1,115	1,315	2,78
G 6			18 ×	5,5 Ø 12	0,780	415	2,5	16,3	50,0	42,5	58,8	1,480	0,575	1,595	1,89	2,01	2,04	1,66	1,753	1,781	1,97	2,30	7,40
G 7			× 7 Ø 4	4,5 Ø 8	0,272	400	3,5	37,3	40,3	25,85	63,15	0,925	0,98	0,995	1,375	1,46	1,48	1,11	1,18	1,202	1,22	1,5	2,72
G 8				4,5 Ø 8	0,268	400	2,5	34,8	43,8	29,7	64,5	1,060	1,125	1,145	1,525	1,615	1,64	1,26	1,329	1,357	1,45	1,72	3,0
G 9	10			4,5 Ø 8	0,360	460	2,5	39,0	44,0	28,8	67,3	0,930	1,00	1,02	1,37	1,485	1,50	1,113	1,188	1,214	1,27	1,48	2,45
G 10				5,5 Ø 12	1,27	460	2,5	39,5	52,2	36,05	75,55	1,162	1,255	1,28	1,65	1,78	1,82	1,368	1,466	1,498	1,63	1,96	2,25
G 11			PC 90	5,5 Ø 12	0,658	460	2,5	33,7	42,8	29,35	63,05	0,947	1,02	1,04	1,355	1,46	1,485	1,118	1,196	1,222	1,27	1,485	2,22
G 12			8 Ø 25	4,5 Ø 8	0,250	440	2,5	34,3	45,4	31,45	67,75	1,05	1,125	1,145	1,49	1,59	1,61	1,237	1,316	1,344	1,42	1,675	3,00
G 13	15		TBP 12 18 ×	5,5 Ø 12	0,693	360	3,5	43,4	55,8	38,3	81,30	1,47	1,55	1,57	2,10	2,21	2,23	1,754	1,835	1,868	2,23	2,7	3,27
G 14			× 7 Ø 4	5,5 Ø 12	0,712	390	1,5	42,3	67,0	49,15	91,45	1,79	1,88	1,92	2,45	2,58	2,63	2,082	2,176	2,229	2,75	3,37	4,57
G 15		Post-tendue	Fascicule 3×12 Ø 7 + 1×12Ø 5	5,5 Ø 12	0,713	380	2,5	41,3	49,3	33,0	74,26	1,22	1,28	1,30	1,775	1,86	1,89	1,464	1,526	0,556	1,75	2,07	2,64
G 16				4,5 Ø 12	0,230	380	2,5	38,4	40,3	25,6	64,0	0,947	0,995	1,01	1,42	1,49	1,515	1,155	1,207	1,230	1,290	1,52	2,84
G 18-12 -7			TBP12 24×7 Ø 4	10 Ø 10	1,31	500	1,3/2,25	44,8	38,0	22,0	66,8	0,667	0,735	0,745	1,080	1,18	1,205	0,834	0,908	0,923	0,910	1,05	1,05
G 18-12 -2		Pré-tendue	PC 90 9 Ø 25	2×10 Ø 8	1,88	525	15/3,2	68,0	61,8	36,4	104,4	1,065	1,175	1,195	1,670	1,84	1,880	1,31	1,44	1,47	0,620	1,98	1,53
G 12-6			PC 90 4 Ø 25	10 Ø 8	0,44	550	3,8	55,8	36,0	18,1	73,9	0,51	0,57	0,58	0,928	1,035	1,050	0,678	0,746	0,760	0,705	0,84	0,84
P 4 A						410		28	26,6	16,1	44,1	0,56	0,60	0,61	0,87	0,935	0,95	0,693	0,734	0,752	0,71	0,83	—
P 4 B			4 Ø 7			390		28,5	27,5	15,75	48,25	0,575	0,605	0,615	0,92	0,95	0,96	0,72	0,752	0,767	0,72	0,85	—
P 6 A	15	Armature post-tendue				410	2,15	42	30,3	16	58	0,565	0,60	0,61	0,97	1,03	1,05	0,742	0,78	0,796	0,71	0,91	—
P 6 B			6 Ø 7			300		42,4	31,2	16,6	59	0,595	0,63	0,64	1,015	1,075	1,095	0,78	0,817	0,834	0,775	0,94	—
P 8 A			8 Ø 7			415		55	34,3	16,5	71,5	0,575	0,615	0,62	1,07	1,14	1,16	0,792	0,837	0,847	0,785	0,95	—
P 8 B						430		56,2	36,8	18,2	74,4	0,62	0,66	0,67	1,12	1,20	1,22	0,836	0,88	0,90	0,845	1,04	—

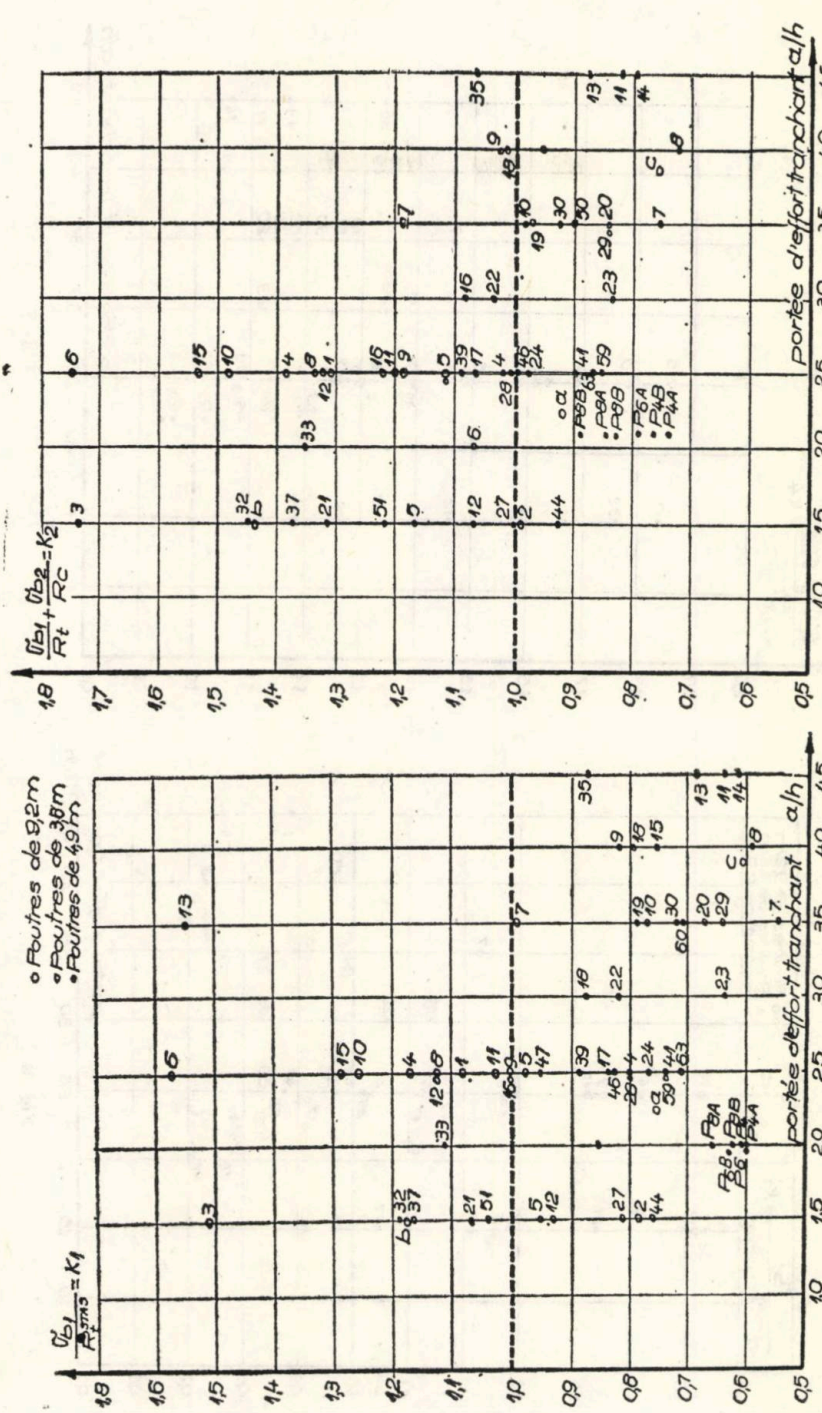

Poutres de 9,2m
Poutres de 3,8m
Poutres de 4,9m
portée d'effort tranchant a/h

Fig. 1

portée d'effort tranchant a/h

Fig. 2

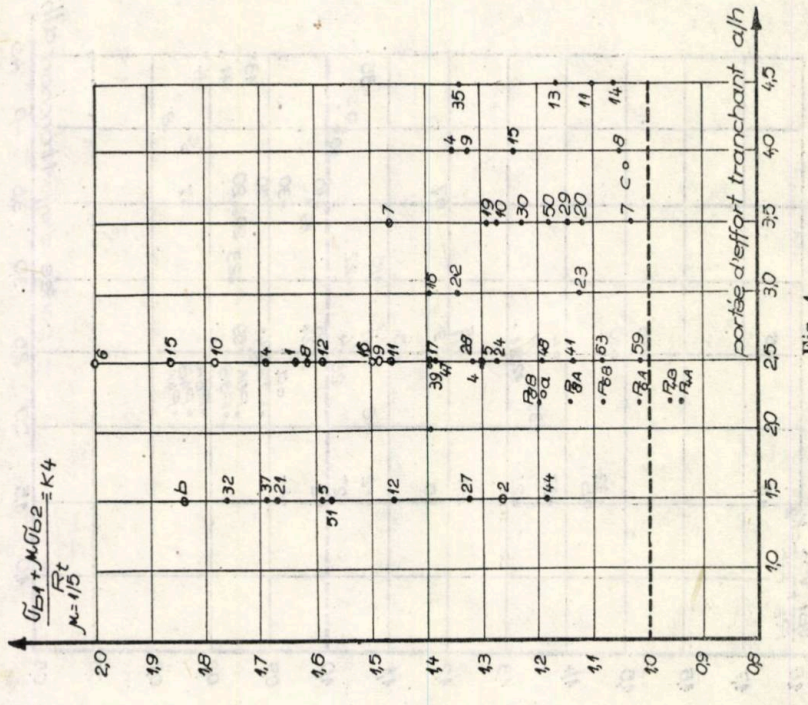

portée d'effort tranchant a/h
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
3,5
4,0
4,5

Fig. 4

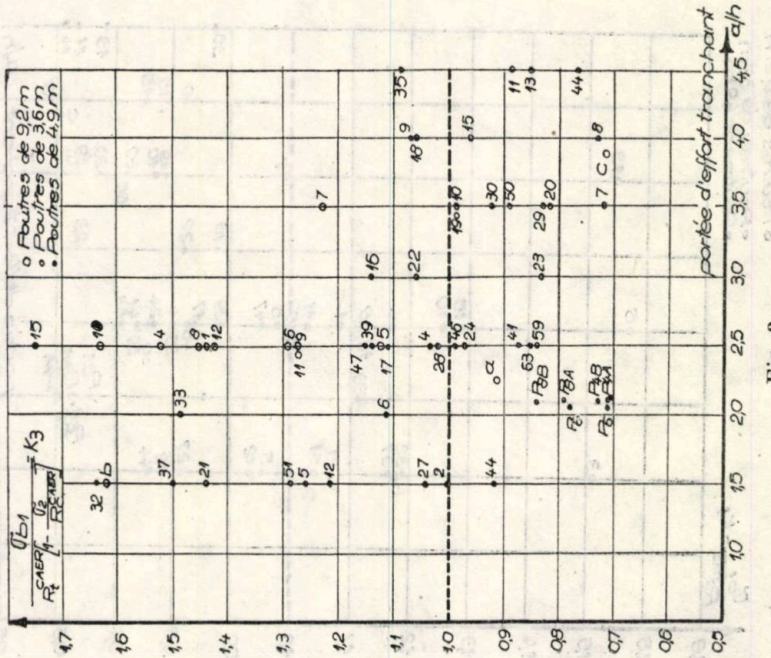

o Poutres de 9,2m
• Poutres de 3,6m
• Poutres de 4,9m
portée d'effort tranchant a/h
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
3,5
4,0
4,5

Fig. 3

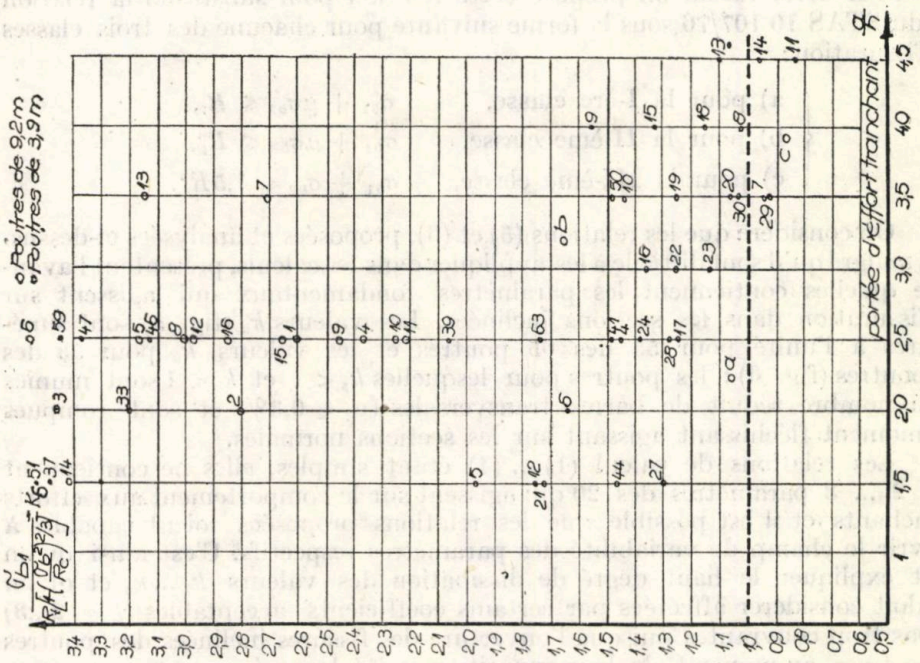

Poutres de 9,2m
Poutres de 3,9m
portée d'effort tranchant

Fig. 6

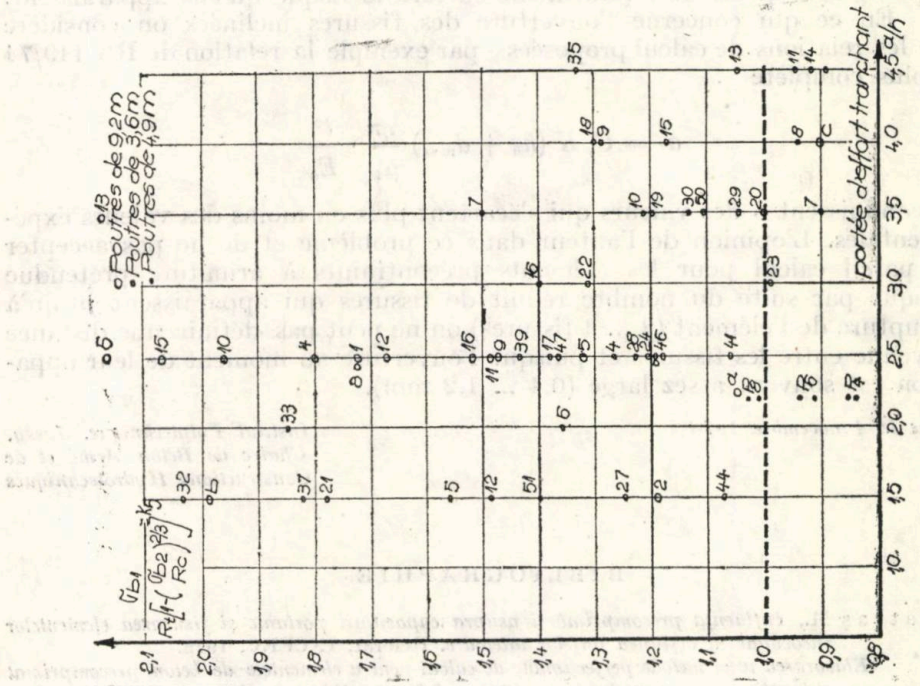

Poutres de 9,2m
Poutres de 3,6m
Poutres de 4,9m
portée d'effort tranchant

Fig. 5

cas. Pour cette raison on propose cette relation pour substituer la relation (3) du STAS 10 107/76 sous la forme suivante pour chacune des trois classes de fissuration:

$$(4')\quad \begin{cases} \text{a) pour la I-ère classe,} & \sigma_{b1} + \mu\sigma_{b2} \leqslant R_t, \\ \text{b) pour la II-ème classe,} & \sigma_{b1} + \mu\sigma_{b2} \leqslant R_t^n, \\ \text{c) pour la III-ème classe,} & \sigma_{b1} + \sigma_{b2} \leqslant 1{,}5R_t^n. \end{cases}$$

On considère que les relations (5) et (6), proposées et analysées ci-dessus, qui, malgré qu'il sont difficile à les appliquer dans les calculs, présentent l'avantage qu'elles contiennent les paramètres fondamentaux qui agissent sur la fissuration dans les sections inclinées. Les valeurs k_5 (fig. 5) sont supérieures à l'unité pour 55 des 65 poutres et les valeurs k_6 pour 53 des 59 poutres (fig. 6); les poutres pour lesquelles $k_5 < 1$ et $k_6 < 1$ sont munies d'un nombre réduit de barres transversales ($\mu_t \leqslant 0{,}3\%$ et sont rompues au moment fléchissant agissant sur les sections normales.

Les relations de calcul (1) ... (4) étant simples, elles ne contiennent que 2 ... 3 paramètres des 20 qui agissent sur le comportement aux efforts tranchants et il est possible que les relations proposées soient capables à couvrir le champ de variabilité des paramètres respectifs. C'est ainsi qu'on peut expliquer le haut degré de dissipation des valeurs $k_1 \ldots k_6$ et qu'on les doit considérer affectées par certains coefficients acceptables ($k = 2...3$) et pas trop couvrantes puisque l'ouverture des fissures inclinées des poutres respectives, au moment de leur apparition, a été large ($\alpha_f = 0{,}3$ ... 2 mm), ce qui signifie qu'on doit totalement exclure le risque qu'elle apparaissent.

En ce qui concerne l'ouverture des fissures inclinées on considère que les relations de calcul proposées — par exemple la relation de RS 119/74 la plus complète

$$a_f = C_g K (h_0 + d_{max}) \frac{\eta\pi}{\mu_t} \cdot \frac{t^2}{E_a}$$

— conduissent à des valeurs qui s'écartent plus ou moins des valeurs expérimentales. L'opinion de l'auteur dans ce problème et de ne pas accepter un pareil calcul pour les éléments précontraints à armature prétendue puisque par suite du nombre réduit de fissures qui apparaissent jusqu'à la rupture de l'élément (2 ... 4 fissures) on ne peut pas définir une distance moyenne entre les fissures et puisque l'ouverture au moment de leur apparition est souvent assez large (0,4 ... 1,2 mm).

Reçue le 4 novembre 1978

Institut Polytechnique, Jassy, Chaire de Béton Armé et de Constructions Hydrotechniques

BIBLIOGRAPHIE

1. Patraș M., *Influența precomprimării asupra capacității portante și fisurarea elementelor încovoiate la acțiunea forțelor tăietoare.* Referat, INCERC, 1975.
2. * * * *Elaborarea unei metode perfecționate de calcul pentru elementele de beton precomprimat sub acțiunea momentelor încovoietoare și forțelor tăietoare.* Referat, INCERC, 1974.

3. P a t r a ș M., *Contribuții la studiul stărilor limită de fisurare și rezistență în secțiuni înclinate la elementele precomprimate cu bare groase și toroane.* Thèse de doctorat, Inst. Polyt., Timișoara, 1975.

CONTRIBUȚII LA STUDIUL STĂRII LIMITĂ DE FISURARE ÎN SECȚIUNI ÎNCLINATE A ELEMENTELOR PRECOMPRIMATE

(Rezumat)

Calculul la fisurare în secțiuni înclinate constă în limitarea eforturilor unitare principale de întindere, σ_{b1}, calculate în stadiul elastic și ținînd cont de principalii factori care influențează comportarea la forțe tăietoare. Deși nu s-au elaborat relații de calcul care să reflecte cît mai exact corelația dintre σ_{b1} și R_t se folosesc în diverse normative relații de forma (1) ... (3). Pe baza rezultatelor experimentale s-au propus relațiile (4) ... (6) care țin seama numai de influența a 2 ... 3 parametri importanți. Pentru elementele precomprimate cu armătura preîntinsă se consideră că un calcul la deschiderea fisurilor înclinate nu este indicat.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.Z. 526 ; 624.07

METODĂ ÎMBUNĂTĂŢITĂ DE DETERMINARE A DEPLASĂRILOR VERTICALE ALE CONSTRUCŢIILOR

DE

GH. NISTOR

1. Introducere

Creşterea nivelului calitativ al construcţiilor se realizează prin completarea calculului de rezistenţă şi stabilitate cu cercetări experimentale de laborator pe modele sau cu măsurători şi observaţii pe construcţiile din natură. Analizarea şi interpretarea rezultatelor cercetărilor experimentale de laborator pe modele şi confruntarea lor cu rezultatele calculului de proiectare precum şi cu rezultatele obţinute în urma prelucrării măsurătorilor şi observaţiilor din natură constituie un material preţios la realizarea noilor construcţii.

Controlul comportării construcţiilor se realizează, cu rezultate din cele mai bune, folosindu-se metodele topogeodezice.

Determinarea deplasărilor verticale ale punctelor îndepărtate şi greu accesibile ale construcţiilor se realizează prin nivelment trigonometric.

În lucrarea [1] s-a propus o metodă de determinare a mărimilor deplasărilor verticale pe baza creşterilor unghiurilor verticale sau ale distanţelor zenitale în ipoteza că orizontul instrumentului din punctul de staţie rămîne neschimbat în toate ciclurile de observaţie. Practica măsurării a arătat că această ipoteză este dificil de realizat. Din această cauză s-a căutat o soluţie capabilă să cuprindă cazul general şi anume, cînd orizontul instrumentului se schimbă în fiecare ciclu de observaţii, soluţie ce face obiectul lucrării de faţă.

2. Procedeul propus

Faţă de punctele de capăt ale bazei fixe, A şi B, odată cu măsurarea elementelor necesare determinării deplasărilor orizontale (b, α, β) se efectuează şi măsurarea elementelor necesare determinării deplasărilor verticale (Z_1, Z_2) ale punctului de control, P, de pe construcţia observată (fig. 1).

În ciclul iniţial, cota punctului de control, P, determinată din staţia A, este dată de relaţia :

$$H_1 = H_A + h_1, \tag{1}$$

unde : H_A — orizontul instrumentului în punctul de staţie A, h_1 — diferenţa de nivel dintre orizontul instrumentului din staţia A şi punctul de control, P.

În perioada de timp scursă între ciclul inițial și ciclul actual de observații, punctul de control s-a deplasat pe verticală, odată cu construcția, din poziția P în poziția P'; cota punctului P' corespunzătoare ciclului actual, determinată din stația A, este

(2) $$H'_1 = H'_A + h'_1.$$

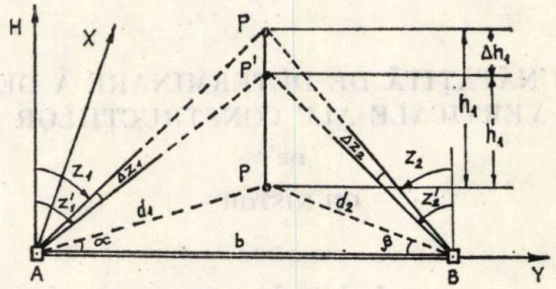


Fig. 1

Deplasarea pe verticală a punctului de control, între cele două cicluri de observații, determinată din stația A, este

(3) $$\Delta H_1 = H'_1 - H_1 = (H'_A - H_A) + (h'_1 - h_1) = \Delta H_A + \Delta h_1.$$

În mod asemănător, deplasarea verticală a punctului de control, determinată din stația B, va fi dată de relația

(4) $$\Delta H_2 = H'_2 - H_2 = (H'_B - H_B) + (h'_2 - h_2) = \Delta H_B + \Delta h_2.$$

În ciclul inițial de observație, orizontul instrumentului din punctul de stație A, determinat de la reperul de cotă cunoscută, R, este dat de relația (fig. 2):

(5) $$H_A = H_R + S_A - D_A \operatorname{ctg} Z_A,$$

unde: H_R — cota reperului R, față de care se face urmărirea, S_A — citirea de miră, D_A — distanța de la punctul de stație, A, pînă la reperul cunoscut, R.

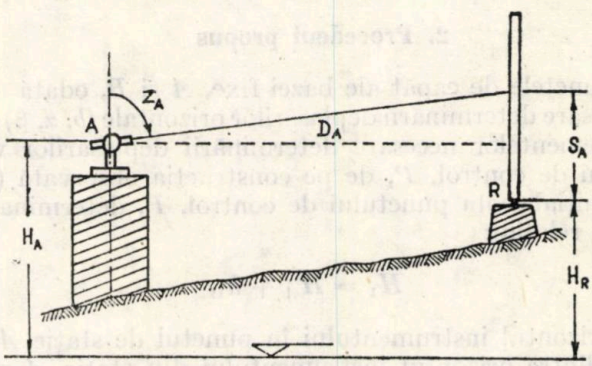


Fig. 2

Pentru cazul în care $Z_A \approx 100^g$, orizontul instrumentului este dat de formula

$$H_A = H_R + S_A - D_A \frac{(100^g - Z_A)^{cc}}{\rho^{cc}}. \tag{6}$$

În ciclul actual, orizontul instrumentului din punctul de stație A este dat de formula

$$H'_A = H_R + S_A - D_A \operatorname{ctg} Z'_A, \tag{7}$$

sau

$$H'_A = H_R + S_A - D_A \frac{(100^g - Z'_A)^{cc}}{\rho^{cc}}. \tag{8}$$

În relațiile (5) ... (8), singurul element care se modifică este valoarea unghiului zenital.

Diferența dintre valorile orizonturilor instrumentului din cele două cicluri de observație, necesară la calculul deplasării verticale a punctului de control, va fi

$$\Delta H_A = H'_A - H_A = D_A(\operatorname{ctg} Z_A - \operatorname{ctg} Z'_A). \tag{9}$$

Utilizîndu-se notația $Z'_A = Z_A + \Delta Z_A$, prin liniarizare se obține, pentru relația de mai sus, expresia

$$\Delta H_A = \frac{D_A}{\rho^{cc} \sin^2 Z_A} \Delta Z_A^{cc}. \tag{10}$$

(

În mod asemănător, pentru diferența dintre orizonturile instrumentului din stația B va rezulta

$$\Delta H_B = \frac{D_B}{\rho^{cc} \sin^2 Z_B} \Delta Z_B^{cc}. \tag{11}$$

Se poate face observația că la determinarea orizontului instrumentului, deoarece reperul de cotă cunoscută, R, se află destul de aproape de punctele de stație, distanțele D_A și D_B se vor măsura pe cale directă, cu o panglică sau ruletă, iar citirile pe miră, S_A și S_B, aceleași pentru toate ciclurile de observații, se vor alege astfel încît să se obțină $Z_A \approx Z_B \approx 100^g$.

Valoarea lui h_1, din relația (1), este dată de formula

$$h_1 = d_1 \operatorname{ctg} Z_1, \tag{12}$$

iar valoarea lui h'_1, din relația (2), este dată de

$$h'_1 = d_1 \operatorname{ctg} Z'_1. \tag{13}$$

Scăzîndu-se din (13) expresia (12) se obține

$$\Delta h_1 = h'_1 - h_1 = d_1 (\operatorname{ctg} Z'_1 - \operatorname{ctg} Z_1). \tag{14}$$

Dacă se face substituția $Z'_1 = Z_1 + \Delta Z_1$, prin liniarizare, formula (14) capătă forma

$$(15) \qquad \Delta h_1 = -\frac{d_1}{\rho^{cc} \sin^2 Z_1} \Delta Z_1^{cc}.$$

Întrucît distanța d_1 nu se măsoară direct, de cele mai multe ori acest lucru nici nu este posibil, ci se calculează în funcție de elementele măsurate în ciclul inițial (b, α, β), formula (15) se poate scrie

$$(16) \qquad \Delta h_1 = -\frac{b \sin \beta}{\rho^{cc} \sin (\alpha + \beta) \sin^2 Z_1} \Delta Z_1^{cc}.$$

În același mod se obține

$$(17) \qquad \Delta h_2 = h_2' - h_2 = -\frac{b \sin \alpha}{\rho^{cc} \sin (\alpha + \beta) \sin^2 Z_2} \Delta Z_2^{cc}.$$

Pentru calculul deplasării verticale a punctului de control, între cele două cicluri de observație, se substituie expresiile (10) și (16) în (3) și respectiv (11) și (17) în (4), rezultînd.

$$(18) \quad \Delta H_1 = \Delta H_A + \Delta h_1 = \frac{D_A}{\rho^{cc} \sin^2 Z_A} \Delta Z_A^{cc} - \frac{b \sin \beta}{\rho^{cc} \sin (\alpha + \beta) \sin^2 Z_1} \Delta Z_1^{cc},$$

$$(19) \quad \Delta H_2 = \Delta H_B + \Delta h_2 = \frac{D_B}{\rho^{cc} \sin^2 Z_B} \Delta Z_B^{cc} - \frac{b \sin \alpha}{\rho^{cc} \sin (\alpha + \beta) \sin^2 Z_2} \Delta Z_2^{cc}.$$

În relațiile de mai sus se introduc notațiile

$$K_A = \frac{D_A}{\rho^{cc} \sin^2 Z_A}, \quad \text{sau} \quad K_A = \frac{D_A}{\rho^{cc}} \quad \text{pentru } Z_A \approx 100^g,$$

$$(20) \qquad K_B = \frac{D_B}{\rho^{cc} \sin^2 Z_B}, \quad \text{sau} \quad K_B = \frac{D_B}{\rho^{cc}} \quad \text{pentru } Z_B \approx 100^g,$$

$$\bar{G} = \frac{b}{\rho^{cc} \sin (\alpha + \beta)}, \qquad L_A = \bar{G} \frac{\sin \beta}{\sin^2 Z_1}, \qquad L_B = \bar{G} \frac{\sin \alpha}{\sin^2 Z_2}.$$

Mărimile deplasărilor verticale ale punctului de control, determinate din cele două puncte de stații, vor fi exprimate de relațiile :

$$(21) \quad \Delta H_1 = K_A(\pm \Delta Z_A^{cc}) - L_A(\pm \Delta Z_1^{cc}), \quad (22) \quad \Delta H_2 = K_B(\pm \Delta Z_B^{cc}) - L_B(\pm \Delta Z_2^{cc}),$$

unde $\pm \Delta Z = Z' - Z$.

Pentru cazul particular [1] cînd orizontul instrumentului rămîne neschimbat, $\Delta H_A = \Delta H_B = 0$, rezultă pentru mărimile deplasărilor verticale ale punctului de control formulele

$$(23) \quad \Delta H_1 = -L_A(\pm \Delta Z_1^{cc}), \qquad (24) \quad \Delta H_2 = -L_B(\pm \Delta Z_2^{cc}).$$

Ca valoare definitivă a deplasării verticale a punctului de control, între cele două cicluri de observații, se va lua media aritmetică

$$(25) \qquad \Delta H_I = \frac{\Delta H_1 + \Delta H_2}{2},$$

sau media ponderată a celor două valori

$$\Delta H_{II} = \frac{p_1 \Delta H_1 + p_2 \Delta H_2}{p_1 + p_2}, \tag{26}$$

unde p_1 și p_2 sînt ponderile celor două mărimi, exprimate prin relațiile

$$p_1 = \frac{1}{m^2_{\Delta H_1}}, \quad p_2 = \frac{1}{m^2_{\Delta H_2}}. \tag{27}$$

La determinarea mărimilor Δh_1 și Δh_2 s-a considerat că distanțele de la punctele de stație la punctul de control au rămas aceleași în toate ciclurile de observații întrucît deplasarea pe orizontală a punctului de control fiind foarte mică, practic nu are influență în calculul acestor mărimi.

3. Exemplu de calcul

Pentru determinarea deplasării verticale a unui punct de control, de pe o structură pe model la scara 1 : 3, s-au măsurat următoarele elemente :

a) în ciclul inițial

$b = 6\,910$ mm, $\alpha = 58°11'13'',8$, $\beta = 58°15'40'',7$,
$D_A = 4\,106$ mm, $Z_A = 90°21'08'',0$, $Z_1 = 75°33'47'',5$,
$D_B = 4\,111$ mm, $Z_B = 90°35'12'',5$, $Z_2 = 75°33'09'',0$;

b) în ciclul actual

$Z'_A = 90°20'50'',5$, $Z'_1 = 75°34'38'',5$,
$Z'_B = 90°35'33'',0$, $Z'_2 = 75°34'24'',5$

Pe baza elementelor măsurate în ciclul inițial s-au calculat mărimile constantelor exprimate de relațiile (20) :

$K_A = 0{,}0199$, $L_A = 0{,}0339$, $K_B = 0{,}0199$, $L_B = 0{,}0339$.

Diferențile dintre unghiurile zenitale, măsurate în cele două cicluri de observații, sînt

$\Delta Z''_A = Z'_A - Z_A = -17'',5$, $\Delta Z''_1 = Z'_1 - Z_1 = +51'',0$,
$\Delta Z''_B = Z'_B - Z_B = +21'',0$, $\Delta Z''_2 = Z'_2 - Z_2 = +75'',5$.

Deplasările verticale ale punctului, determinate din stațiile A și B, calculate cu relațiile (21) și (22), sînt

$\Delta H_1 = 0{,}0199(-17'',5) - 0{,}0339(+51'',0) = -2{,}08$ mm,
$\Delta H_2 = 0{,}0199(+21'',0) - 0{,}0339(+75'',5) = -2{,}12$ mm.

Valoarea definitivă a deplasării va fi dată de media aritmetică a celor două valori

$$\Delta H_I = \frac{-2{,}08 - 2{,}12}{2} = -2{,}10 \text{ mm}.$$

4. Concluzii

1. Metoda propusă oferă posibilitatea determinării deplasării verticale a punctelor de control, de pe construcția observată, în funcție de creșterile unghiurilor zenitale dintre două cicluri de observații, pentru cazul general al variației orizontului instrumentului în punctele de stație.

2. Mărimile K_A, K_B, L_A și L_B sînt calculate cu ajutorul elementelor măsurate în ciclul inițial și rămîn constante pentru toate ciclurile de observații ulterioare. Elementele ce diferă de la un ciclu la altul sînt doar diferențele unghiulare ΔZ^{cc}_A, ΔZ^{cc}_B, ΔZ^{cc}_1 și ΔZ^{cc}_2, ale căror mărimi se exprimă direct în secunde.

3. Dacă constantele L_A și L_B diferă pentru fiecare punct de control, constantele K_A și K_B sînt doar în număr de două fiind aceleași pentru toate punctele de control de pe construcția observată.

4. Cînd reperul R, față de care se face determinarea orizontului instrumentului, se află la distanțe egale de punctele de stație A și B, iar unghiurile zenitale $Z_A \approx Z_B \approx 100^g$, va rezulta egalitatea $K_A = K_B$.

5. Metoda de calcul a deplasărilor verticale ale punctelor de control, prezentată în această lucrare, constituie metoda cea mai eficientă, cunoscută pînă acum, în cazul folosirii nivelmentului trigonometric din capetele unei baze de lungime fixă.

6. Eficiența metodei este cu atît mai mare cu cît numărul punctelor de control, ca și numărul ciclurilor de observații, este mai mare, proprietate remarcabilă în practica urmăririi comportării construcțiilor.

Primită la 1 martie 1979

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de topografie și fotogrammetrie

BIBLIOGRAFIE

1. Nistor Gh., *Metodă de calcul a deplasărilor verticale ale construcțiilor și evaluarea preciziei.* Bul. Inst. polit., Iași, XXII (XXVI), *3—4*, s. I (1976).

УЛУЧШЕНЫЙ МЕТОД ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ СМЕЩЕНИЙ СООРУЖЕНИЙ

(Резюме)

Представляется новый метод для определения вертикальных смещений сооружений с помощию тригонометрического нивелирования с концов опорного основания определенной длины, в зависимости от возрастания зенитных углов между двумя циклами наблюдений.

Метод является действительным для общего случая, когда горизонт инструмента меняется при каждом наблюдений.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Secţia V
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 691.3

ON MECHANICAL BEHAVIOUR OF SULPHUR-INFILTRATED CONCRETE

BY

LIVIU GROLL, M. BUDESCU N. ŢĂRANU and RADU CIORNEI

1. Introduction

Various attempts have been made up to date to improve the mechanical properties of concrete using different ways due to more frequent use of concrete in structures subjected to agressive conditions.

Among the existing techniques to infiltrate the concrete, one of the most convenient seems to be the sulphur-infiltration procedure.

Sulphur is a material almost always cheaper than the monomers used in the production of polymer infiltrated concrete.

Besides the increasing strength, the sulphur infiltrations also improve the concrete behaviour to severe environments and may serve to prevent the reinforcing bars corrosion [1].

2. Action of Sulphur in Infiltration

The properties of sulphur-infiltrated concrete as a heterogeneous system depend on the physical and chemical characteristics of each component and also on the strength and stiffness of the interfacial layer.

Although some papers [2] consider the sulphur-infiltration as an inert component, some research work in progress [3] have shown that sulphur may favor the formation of calcium hydroxide from calcium carbonate. This influence, based on a certain chemical interaction between sulphur and the matrix layer, made the interfacial layers more diffussed and assured a gradually transition from one phase to another.

3. Concrete Mixes and Preparation of Test Specimens

The concrete porosity is due to the evaporation of water which has not interacted chemically with cement as it hardens, to incomplete removal of air bubbles during compaction of the concrete mix. etc. A higher porosity with capillary pores in concrete can be obtained rising the water/cement (W/C) ratio and increasing the content of sand (fine aggregate fraction).

Some mix proportions were selected according to Table 1. All mixing was done in a batch-type concrete mixer; the mixing time for each batch was 2 min.

Table 1

Coarse aggregate (size more than 3 mm)	Mix proportions, [kg/m³]				
	Cement	Free water at 30 min after mixing	Dry agregate size, [mm]		
			0...3	3...7	7...16
Crushed	375	180	825*)	400	620
Gravel					
Expanded clay (granulite)			558*)	280	399

*) Natural sand

Cylindrical test samples with slenderness ratio height/diameter = = 25/10 (cm) were prepared for the experimental program; other previous tests [4] had proved the cylinders to be the most suitable for compression test.

The test cylinders were cast from the concrete batch using standard laboratory conditions.

A vibrating plate, with a frequency 50 Hz, was used to compacte the concrete samples for a 40 sec. period of time.

Samples were kept in moulds for 24 hours under normal conditions; the hardened concrete specimens were then removed and dried in a heating cabinet for 24 hours at 110°C.

The sulphur-infiltration procedure was selected according to [2].

4. Compression Test Results

The cylindrical samples were tested in compression, one hour after removal of the specimens from the infiltration container. Some typical experimental results are shown in Table 2.

Comparing the compression test results to some previous experiments it can be realized that increasing the amount of infiltrated-sulphur does not necessarily improve the concrete strength in the same proportion. Some other observations could have been drawn, namely:

a) The compressive strength of sulphur-infiltrated cylinders were considerably higher than those of the control specimens.

b) Failure of sulphur-infiltrated light weight concrete specimens occured within the aggregate while the sulphur-infiltrated normal concrete test samples failed in the matrix (Fig. 1). Therefore the interface layer it is not the weakest element of the system.

c) Compressive failure of normal concrete cylinders was preceded by multiple cracking; a much more localized cracking was observed on sulphur-infiltrated samples (Fig. 2).

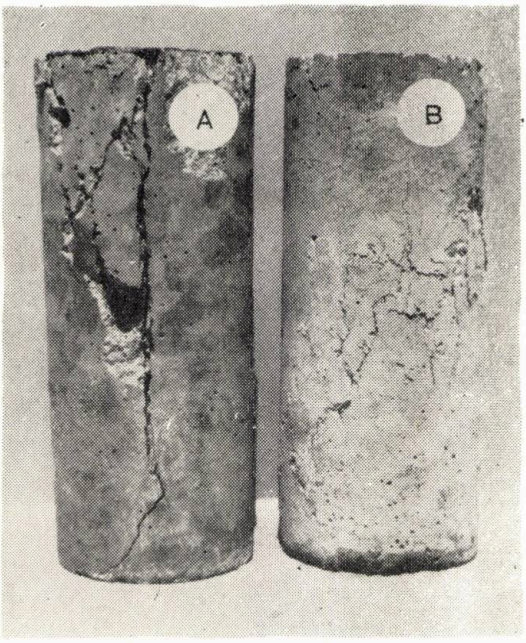


Fig. 1. — Rupture surfaces of sulphur-infiltrated concrete : *A* — heavy concrete ; *B* — light concrete.

Fig. 2. — Failure modes of sulphur-infiltrated concrete (*A*) and normal concrete (*B*).

Table 2

Concrete type		Bulk specific gravity kg/m³		Compressive cylindrical strength N/mm²		$\frac{S_1}{S_0}$
		Before infiltration	After infiltration	Before infiltration (S_0)	After infiltration (S_1)	
Heavy	average	2 115	2 405	7.0	43.5	6.2
	C_v*)	6%	2.1%	4.7%	3.2%	—
Light	average	1 690	2 275	12.5	53.5	4.3
	C_v*)	4.6%	3.8%	5.1%	4.5%	—

*) C_v — coefficient of variation.

d) The initial compressive strengths of sulphur-infiltrated light weight concrete were higher than those of sulphur-infiltrated normal concrete.

e) It could have been noticed that the sulphur penetration inside light concrete was facilitated by porosity of both matrix and aggregate particles.

f) Rising the cement content does not subsequently lead to a proportional increase of the compressive strength.

5. Conclusions

In sulphur-infiltrated concrete sulphur besides filling the matrix pores, might favor the increase of calcium hydroxide content.

The best mix proportions are those with moderate cement content and medium porosity with open pores.

Increasing porosity over a certain amount does not subsequently lead to a proportional increase of the compressive strength.

From the failure modes a higher ductility has been noticed on the sulphur-infiltrated light weight concrete than on sulphur-infiltrated normal concrete.

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Lines of Communications and Foundations
and
Department of Civil and Industrial Engineering

REFERENCES

1. Kesler C.E., *Reinforced Concrete Materials, a Remarcable Heritage.* Proc. ASCE, J. of the Structural Division, IX, *2*, 241 (1977).
2. Malhotra V.M., *Developement of Sulphur-Infiltrated High-Strength Concrete.* ACI, September, 1975.
3. Burlacu I., *Contribuții privind influența unor adausi cu sulf asupra rezistențelor cimentului,* Ph. D. Diss., Polyt. Inst., Jassy, 1978.

4. Sanga C.M., Dhir R.K., *Strength and Complete Stress-Strain Relationships for Concrete Tested in Uniaxial Compression under Different Test Conditions.* Matér. et Constr., Dec. (1970).
5. Strat L., Budescu M., *Analytical and Experimental Approach of Concrete Complete Stress-Strain Curves.* 14 th Yougoslav Congres on Rational and Applied Mechanics, Portoroz, June, 1978.

ASUPRA COMPORTĂRII MECANICE A BETOANELOR CU INFILTRAȚII DE SULF

(Rezumat)

Este studiată folosirea infiltrațiilor cu sulf cu scopul de a îmbunătăți comportarea și de a crește rezistențele mecanice în condiții agresive.

După analiza efectului sulfului în infiltrații și descrierea condițiilor de preparare a epruvetelor sînt prezentate rezultatele experimentale obținute la solicitarea de compresiune pe betoane ușoare și grele.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.07

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND COMPORTAREA ELEMENTELOR STRATIFICATE DIN POLIESTERI ARMAȚI CU FIBRE DE STICLĂ ȘI SPUMĂ POLIURETANICĂ RIGIDĂ LA ÎNCOVOIERE TRANSVERSALĂ

DE

N. ȚĂRANU, M. BUDESCU și I. FILIPESCU

1. Introducere

Comportarea elementelor de construcții de tip sandviș este determinată atît de caracteristicile mecanice ale materialelor componente cît și de organizarea acestora în structură.

Înspumarea directă a miezurilor poliuretanice între straturile exterioare din poliesteri armați cu fibre de sticlă (PAS) conduce la realizarea unei conlucrări satisfăcătoare pentru comportarea unitară a ansamblului stratificat.

Totuși, lipsa unor adezivi speciali, la suprafața de aderare față — miez, implică necesitatea studiului conlucrării dintre straturi la solicitările uzuale ; aderența dintre straturi exercită o influență decisivă asupra rezistenței și rigidității structurii la diferite solicitări.

Încercarea epruvetelor stratificate la încovoiere transversală permite obținerea unor date importante cu privire la rigiditatea structurilor sandviș, comportarea probelor scurte la forfecare, rezistența la întindere sau compresiune a straturilor exterioare rigide și aprecierea conlucrării dintre straturi [3].

Modurile de cedare ale structurilor sandviș din PAS și spumă poliuretanică rigidă necesită verificări la încovoiere, mai ales în privința stabilității locale a stratului comprimat.

2. Condițiile în care s-au efectuat experimentările

Aparatura de încercare se compune din : o mașină universală de încercat, un cap încărcător rotund (cu diametrul cel puțin egal cu jumătate din grosimea miezului, dar nu mai mare ca odată și jumătate grosimea stratului intermediar), o placă de repartiție a eforturilor sub forța concentrată și microcomparatoare pentru măsurarea deplasărilor (fig. 1).

Epruvetele decupate din panouri sandviș au dimensiunile astfel alese încît să satisfacă recomandările ASTM C-393 [4]:

$$\frac{b}{h} \geqslant 2, \quad \frac{b}{L} \leqslant \frac{1}{2},$$

în care h, b, L au semnificațiile din fig. 1.

Epruvetele (fig. 2) au fost decupate din panouri sandviș cu ajutorul unui circular cu turația foarte mare, evitîndu-se astfel desprinderea straturilor.

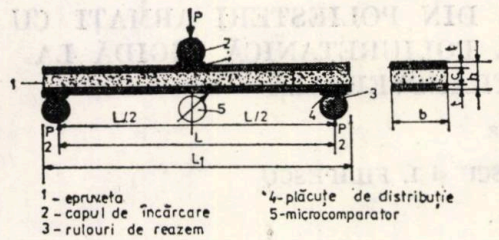


Fig. 1. — Organizarea experimentării la încovoiere a epruvetelor sandviș.

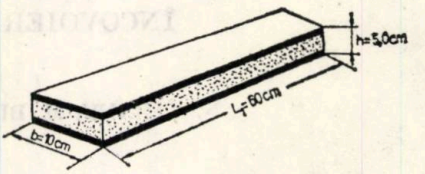


Fig. 2. — Caracteristicile geometrice ale probelor.

Sarcina concentrată s-a aplicat cu viteză constantă prin deplasarea părții mobile a presei (fig. 3), astfel ca valoarea maximă să fie atinsă după 5 ... 6 min de la începutul experimentării; concomitent s-au efectuat citirile efort—deformație, necesare la aprecierea comportării probei.

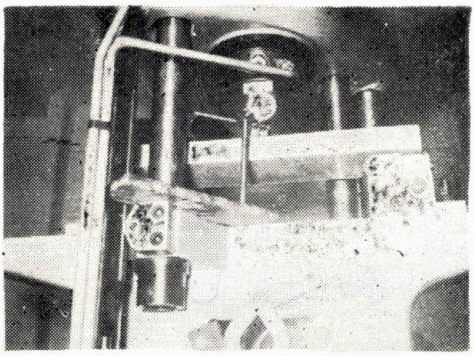
3. Considerații teoretice privind rigiditatea la încovoiere și distribuția eforturilor unitare pe secțiune

Comportarea de ansamblu a structurilor sandviș cu miezul din spumă este similară grinzilor I, cu deosebire că miezul (care îndeplinește rolul inimii) este alcătuit dintr-un material cu rezistență și rigiditate redusă, dispersat între straturile exterioare. Straturile exterioare rigide din PAS (fețele) preiau eforturile normale, asigură cea mai mare parte din rigiditatea la încovoierea de ansamblu a elementului, robustețea necesară la manipulare și montaj, rezistența la acțiunile climatice și durabilitate în condiții de exploatare.

Miezul ușor, din spumă poliuretanică, realizează conlucrarea dintre straturile exterioare, preia eforturile de lunecare, asigură rigiditatea la forfecare a panoului, necesară pentru evitarea încrețirii fețelor, păstrează constantă distanța dintre straturile rigide și preia eforturile de tracțiune normale pe element pentru a evita separarea straturilor.

Se consideră că atît straturile exterioare din PAS cît și miezul din spumă au caracteristici izotrope în planul stratului. Ipoteza este corectă cînd fețele rigide se confecționează cu armătură sub formă de mat, cu fibrele scurte, orientate cvasiuniform în toate direcțiile, iar modul de formare a spumei nu favorizează apariția anizotropiei în plan.

a



b

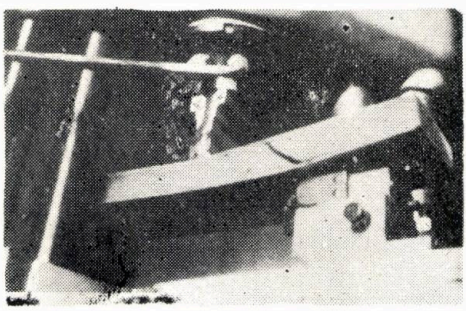


Fig. 3. — Încercarea la încovoiere a elementelor sandviș din PAS și spumă poliuretanică rigidă : *a* — detaliu experimental, *b* — fisurarea spumei și desprinderea straturilor.

De asemenea, se presupune că miezul este antiplan [1] adică fără rigiditate în planul xy (fig. 4), iar eforturile unitare tangențiale sînt constante pe grosimea miezului, adică independente de z (fig. 5).

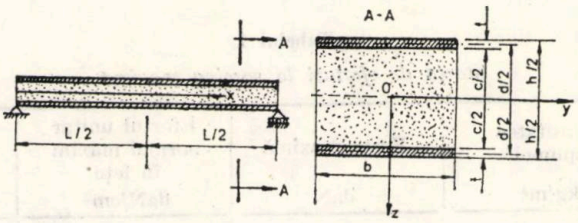


Fig. 4. — Alcătuirea grinzii sandviș și sistemul de referință adoptat.

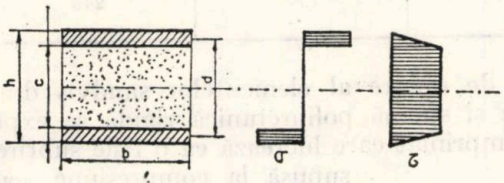


Fig. 5. — Distribuția convențională a eforturilor unitare pe secțiunea transversală.

Panourile sandviș diferă de plăcile omogene obișnuite prin aceea că deplasările din încovoiere se amplifică datorită existenței deformațiilor specifice din foarfece (γ_{zx} și γ_{yz}), precum și deformațiilor specifice liniare, ε_z, din miez, perpendiculare pe straturile exterioare rigide.

Deformațiile specifice din forfecare și cele liniare din miez în direcția z sînt asociate direct cu posibilitatea de apariție a instabilității locale a straturilor exterioare.

4. Observații privind comportarea elementelor și conlucrarea dintre straturi

Eforturile unitare din straturi, adoptînd distribuția convențională din fig. 5, se pot determina cu relațiile :

$$(2) \qquad \tau = \frac{Q}{bd} = \frac{P}{b(h+c)}, \qquad (3) \qquad \sigma = \frac{M}{d} \cdot \frac{1}{bt} = \frac{PL}{2bt\,(h+c)},$$

în care : P este sarcina concentrată la mijlocul deschiderii, [daN] ; b, t, h, c — caracteristici geometrice, conform fig. 1, pentru care relațiile (2) și (3) sînt exacte cînd se neglijează rigiditatea la încovoiere a miezului și a straturilor exterioare în raport cu axele proprii.

În tabelul 1 se prezintă valorile eforturilor unitare corespunzătoare încărcării maxime la care s-a menținut conlucrarea dintre straturi.

Cedarea la încovoiere a elementelor sandviș din PAS și spumă poliuretanică rigidă (fig. 6) s-a produs în următoarele etape : a) îndesarea mie-

zului sub sarcina concentrată ; b) voalarea stratului exterior comprimat în apropierea forței concentrate ; c) desprinderea stratului comprimat din PAS, fisurarea spumei și separarea miezului pe o porțiune de la partea inferioară, interioară a elementului.

Tabelul 1

Starea de eforturi la sarcina maximă

Nr crt.	Densitatea spumei kg/m³	Forța maximă daN	Efortul unitar normal maxim în fețe daN/cm²	Efortul unitar tangențial maxim daN/cm²
1	40	112	103,5	0,76
2	60	183	169	1,26
3	80	288	266	1,98
4	100	270	248	1,88

Acest mod de cedare al elementelor sandviș din poliesteri armați cu fibre de sticlă și spumă poliuretanică rigidă se explică prin instabilitatea stratului comprimat care lucrează ca o fîșie subțire pe mediu elastic, supusă la compresiune, capacitatea limitată a miezului de a urmări deformația stratului exterior și valoarea redusă a aderenței față —miez, la solicitarea de tracțiune în direcție perpendiculară pe straturi.

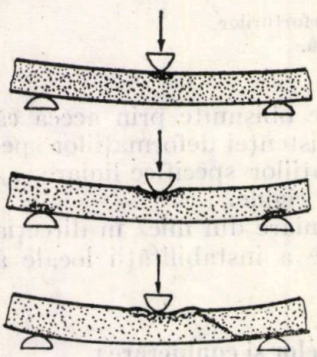


Fig. 6. — Fazele cedării probelor solicitate la încovoiere.

Prin voalarea feței comprimate și desprinderea acesteia de pe miez, efectul sandviș se anulează iar miezul este obligat să preia eforturi secționale mai mari decît îi permit caracteristicile mecanice. În această situație, spuma fisurează perpendicular pe direcția efortului unitar principal de întindere (fig. 3 *b*) și se produce desprinderea feței inferioare, interioare, de pe miez.

La probele scurte influența forței tăietoare și lipsa de flexibilitate a epruvetei conduc la o cedare mai bruscă, care se manifestă prin ruperea din încovoiere locală a stratului rigid comprimat, încărcat direct, urmat de separarea miezului de pe stratul inferior datorită eforturilor de lunecare.

Săgeata maximă, care apare sub sarcina concentrată aplicată la mijlocul deschiderii, se poate calcula cu relația :

$$\Delta = \frac{PL^3}{48D} + \frac{PL}{4AG}, \tag{4}$$

unde D este rigiditatea la încovoiere determinată cu formula :

$$D = \frac{E_f^2}{1-\nu_f^2} \cdot \frac{btd^2}{2}, \tag{5}$$

cu ; E_f — modulul de elasticitate al straturilor exterioare din PAS, [daN/cm²] ; ν_f — coeficientul lui Poisson pentru straturile exterioare ; G — modulul de elasticitate la forfecare al miezului, [daN/cm²] ;

$$A = b(c + t) \approx \frac{bd^2}{c}. \tag{6}$$

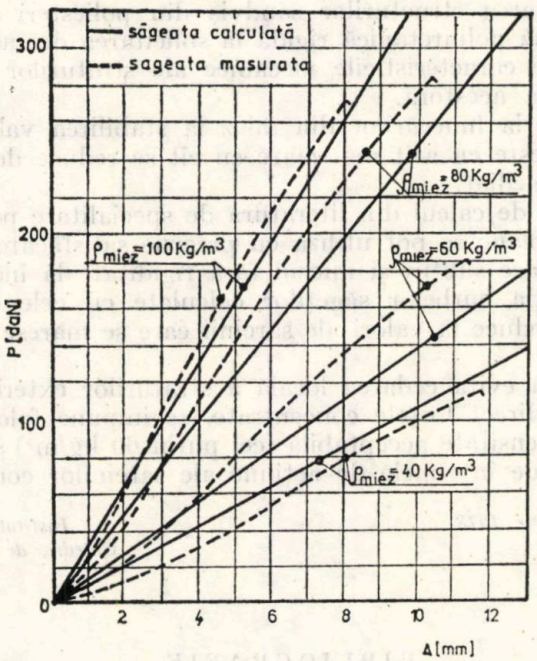


Fig. 7. — Comparație între valorile teoretice și cele experimentale ale deplasărilor la încovoiere.

Se constată că pe prima porțiune a curbelor sarcină—deplasare (fig. 7), săgețile măsurate depășesc valorile calculate, după care situația se inversează. Nepotrivirea dintre cele două grupe de valori provine din : neconcordanțele eventuale dintre ipotezele de calcul și modul de lucru real al elementului ; defecte ale aderenței dintre straturi care nu asigură o conlucrare perfectă între miez și fețe ; după intersecția curbelor săgețile calculate depășesc valorile experimentale datorită îndesării locale a miezului sub forța concentrată. În acest mod o parte din efectul sarcinii concentrate se consumă prin deformarea spumei, fără a produce deplasarea globală din încovoiere [2].

Punctele de intersecție ale curbelor deplasărilor calculate și măsurate se ridică (pe axa încărcărilor) odată cu sporirea densității spumei. Această observație reliefează necesitatea asigurării unei anumite densități minime a miezului, sau introducerea unor inserții rigide în punctele de aplicare a sarcinilor concentrate. Relațiile de calcul ale eforturilor unitare se pot utiliza cu o precizie satisfăcătoare pînă aproape de cedarea epruvetelor.

Cedarea, relativ prematură, a epruvetelor cu spuma cea mai densă (100 kg/m³), se explică prin dificultățile tehnologice de realizare a unei spume omogene cu această densitate.

5. Concluzii

1. Comportarea structurilor sandviș din poliesteri armați cu fibre de sticlă și spumă poliuretanică rigidă la solicitarea de încovoiere este influențată atît de caracteristicile mecanice ale straturilor componente cît și de conlucrarea acestora.

2. Contribuția lunecărilor din miez la stabilirea valorilor deplasărilor transversale este cu atît mai mare cu cît se reduce densitatea spumei din stratul intermediar.

3. Relațiile de calcul din literatura de specialitate pentru structurile sandviș cu fețe plane se pot utiliza cu precizie satisfăcătoare, considerînd straturile exterioare subțiri și miezul fără rigiditate la încovoiere.

4. Intersecția curbelor săgeților calculate cu cele determinate experimental se produce la valori ale sarcinii care se măresc odată cu densitatea spumei.

5. Pentru a evita cedarea locală a straturilor exterioare subțiri, pe care acționează direct forțele concentrate, se impune folosirea unui miez poliuretanic cu densitate acceptabilă (cel puțin 60 kg/m³) sau introducerea unor inserții rigide în zonele de acțiune ale sarcinilor concentrate.

Primită la 2 noiembrie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de construcții civile și industriale

BIBLIOGRAFIE

1. Allen H.G., *Analysis and Design of Structural Sandwich Panels.* Pergamon Press, London, 1969.
2. Țăranu N., *Elemente portante din materiale plastice.* Teză de doctorat, Inst. polit., Iași, 1978.
3. Țăranu N., Budescu M., *Comportarea elementelor de construcții tip sandviș din materiale plastice la acțiuni statice.* Comunicare la Simpozionul „Concepte moderne în calculul și alcătuirea structurilor", Inst. de constr., Buc., aprilie 1975.
4. * * * ASTM — C 393. *Standard Method of Flexure Test of Flat Sandwich Constructions.*

EXPERIMENTAL STUDIES CONCERNING FLEXURE BEHAVIOUR OF GRP AND RIGID POLYURETHANIC FOAM SANDWICH ELEMENTS

(Summary)

There are certain mechanical tests that have to be carried out in order to extent the use of plastics sandwich panels in buildings.

Among them, the flexure test for GRP and polyurethanic foam sandwich elements seems to be of an utmost importance due to the lack of the adhesive layer, the core being foamed into the laminated facings.

Some experimental data versus theoretical results and failure aspects of samples loaded in bending are given in the paper.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 627.8

INFLUENȚA DRENULUI ȘI ECRANULUI DE INJECȚIE LA UN BARAJ DE GREUTATE FUNDAT PE UN TEREN STÎNCOS FISURAT

DE

EMANOIL BÂRSAN

1. Introducere

Datorită volumelor mari de apă reținute, barajele de greutate trebuie să prezinte în exploatare o siguranță suficientă. Corpul barajului și terenul de fundație fiind permeabile permit infiltrarea apei atît prin corpul barajului cît și prin terenul de fundare. Această apă infiltrată poate da naștere la acțiuni mecanice care în anumite condiții periclitează stabilitatea ansamblului baraj—teren de fundare [1].

Pentru reducerea influenței apei de infiltrare, în practica curentă de proiectare se obișnuește să se prevadă în apropierea parametrului amonte al barajului un dren care se continuă în terenul de fundare cu un ecran de injecție.

Acțiunea mecanică a apei de infiltrație, denumită și presiune interstițială, într-un punct oarecare al ansamblului baraj—teren de fundare, se determină cu ajutorul relației:

$$p = \gamma_a (\Phi - z), \tag{1}$$

unde: p — presiunea interstițială, [daN/m^2]; γ_a — greutatea specifică a apei, [daN/m^3]; Φ — potențialul hidraulic, [m]; z — cota punctului față de un sistem de axe de coordonate, [m].

Din analiza relației (1) rezultă că pentru un punct dat mărimile γ_a și z sînt constante iar presiunea interstițială depinde direct de potențialul hidraulic.

În cele ce urmează se analizează variația potențialului hidraulic. Cu ajutorul relației (1) se poate stabili, apoi, presiunea interstițială.

2. Cazuri studiate

S-a ales pentru studiu un baraj de greutate avînd o secțiune transversală de dimensiuni $B = 115{,}10$ m și $H = 119$ m (fig. 1). Această secțiune corespunde plotului 13 al barajului Izvorul Muntelui, Bicaz [5].

Fundația barajului, s-a considerat, ipotetic, fisurată, cu două sisteme de fisuri (K_1 și K_2). Deschiderile fisurilor sînt: a) sistemul K_1, $2a_1 = 0{,}90$ mm; b) sistemul K_2, $2a_2 = 0{,}60$ mm.

Fisurile s-au considerat fără material de umplutură și cu un grad de separare $\eta = 1$.

S-au luat în considerare cazurile următoare:

a) baraj fără dren și fără ecran de injecție în fundație (fig. 2 și 3);

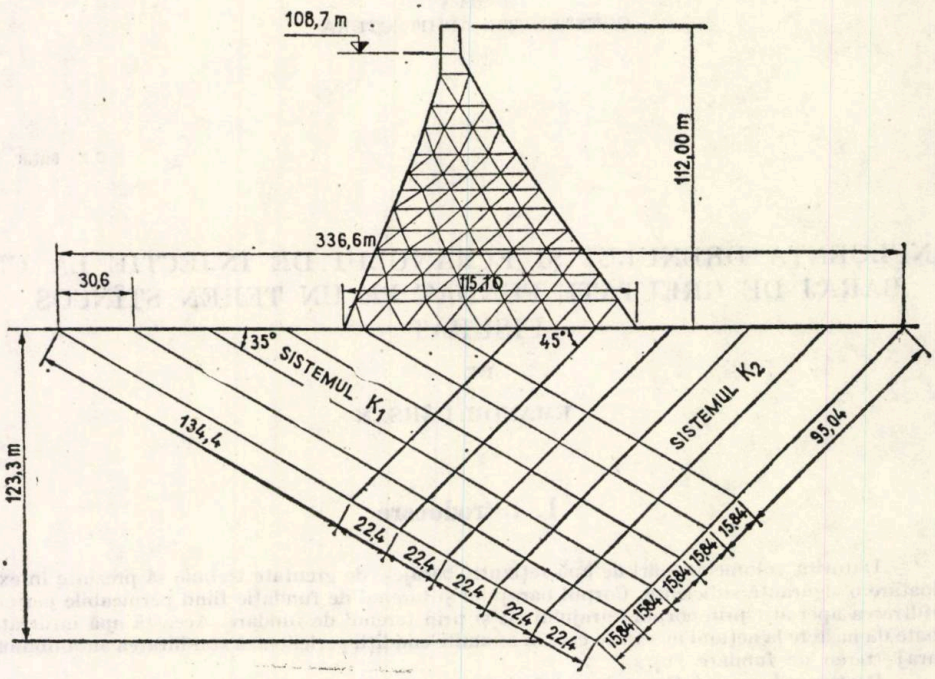
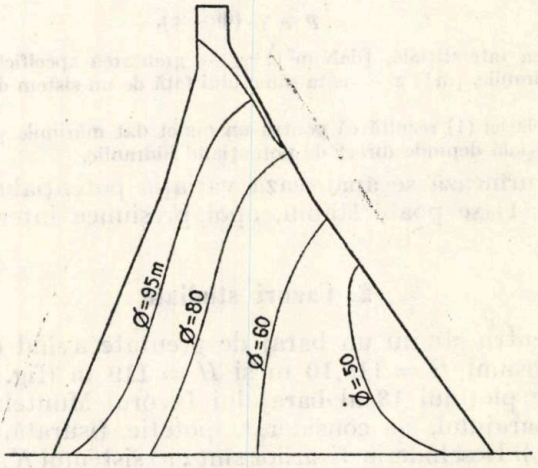


Fig. 1



108,7	71,67	81,72	64,41	66,13	64,41	51,18	61,66	0,00

Fig. 2

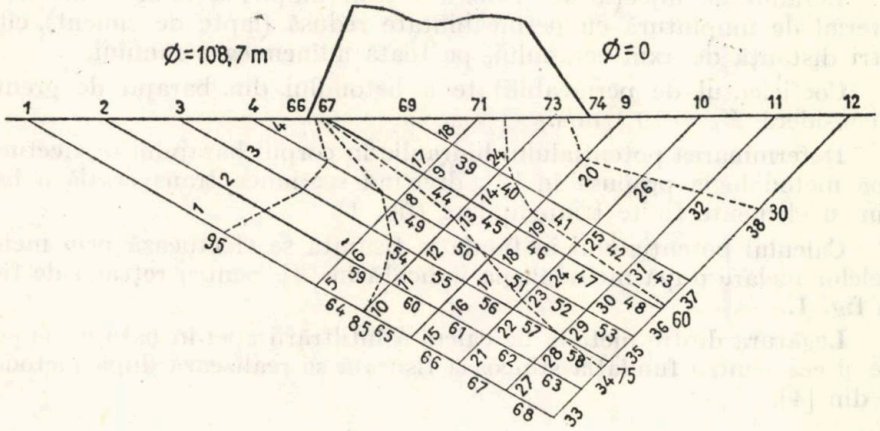


Fig. 3

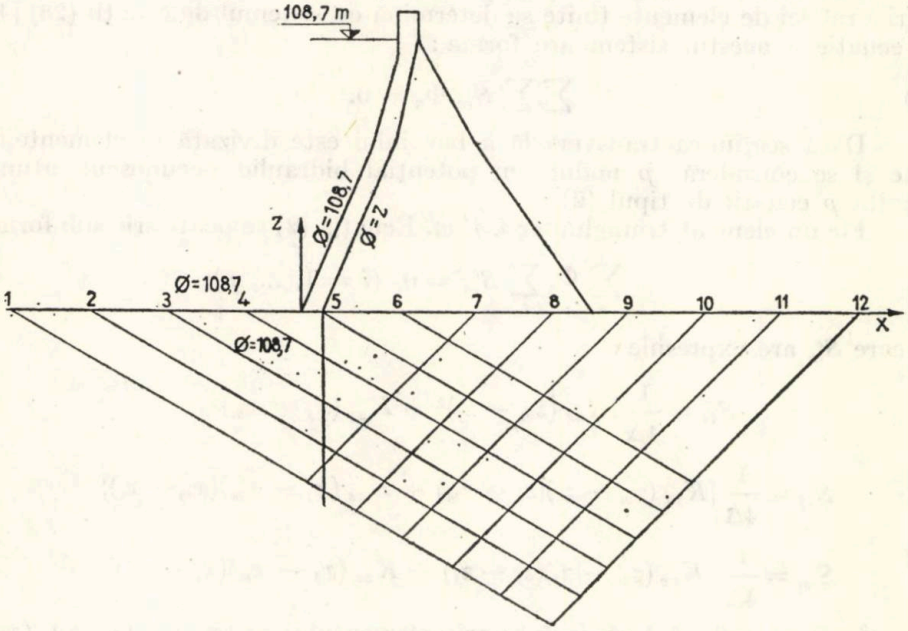


Fig. 4

b) baraj cu dren la parametrul amonte prelungit cu un ecran de injecție care se racordează cu terenul impermeabil (fig. 4);

c) baraj cu dren la parametrul amonte prelungit cu un ecran de injecție care nu se racordează la terenul impermeabil (fig. 5).

Rugozitatea relativă are valoarea 0,05 pentru sistemul K_1 și 0,06 pentru sistemul K_2.

Ecranul de injecție se realizează prin umplerea unor fisuri cu un material de umplutură cu permeabilitate redusă (lapte de ciment), cîțiva metri distanță de axul ecranului, pe toată adîncimea ecranului.

Coeficientul de permeabilitate a betonului din barajul de greutate se consideră $K_b = 10^{-8}$ m/s.

Determinarea potențialului hidraulic în corpul barajului se efectuează după metodologia propusă în [2], divizînd secțiunea transversală a barajului în elemente finite triunghiulare (fig. 1).

Calculul potențialului în fundația fisurată se efectuează prin metoda rețelelor inelare după metodologia indicată în [3], pentru rețeaua de fisuri din fig. 1.

Legătura dintre metoda de calcul a infiltrării apei în barajul de greutate și cea pentru fundația stîncoasă fisurată se realizează după metodologia din [4].

3. Baraj fără dren și fără ecran de injecție în fundație (fig. 2 și 3)

Folosind procedeul din [4], potențialul hidraulic necunoscut în nodurile rețelei de elemente finite se determină cu sistemul de ecuații (23) [4]. O ecuație a acestui sistem are forma:

$$\sum\sum S_{in}\,\Phi_n = 0. \tag{2}$$

Dacă secțiunea transversală a barajului este divizată în elemente finite și se consideră p noduri cu potențial hidraulic necunoscut atunci rezultă p ecuații de tipul (2).

Fie un element triunghiular i, j, m. Ecuația (2) se poate srie sub forma

$$\sum_n \Phi_n \sum_e S^e_{in} = 0, \quad (i = 1, \ldots, p), \tag{3}$$

în care S^e_{in} are expresiile:

$$S_{ii} = \frac{1}{4\Delta}\{K_{xx}(z_m - z_j)^2 + K_{zz}(x_j - x_m)^2\},$$

$$S_{ij} = \frac{1}{4\Delta}\{K_{xx}(z_m - z_j)(z_i - z_m) + K_{zz}(x_j - x_m)(x_m - x_i)\},$$

$$S_{im} = \frac{1}{4\Delta}\{K_{xx}(z_m - z_j)(z_j - z_i) + K_{zz}(x_j - x_m)(x_i - x_j)\}.$$

În aceste relații Δ reprezintă aria elementului e; (x_i, z_i), (x_j, z_j), (x_m, z_m) — coordonatele vîrfurilor elementului e; K_{xx}, K_{zz} — permeabilitățile după axa x și respectiv z, care se consideră în exemplele de față, egale cu 10^{-8} m/s.

Prima sumă din ecuația (3) se referă la puncte nodale iar a doua la elementele e. Termenul $\sum_e S^e_{in}$ este nenul numai dacă $i = n$ sau n sînt puncte adiacente nodului i.

Sistemul de axe de coordonate se consideră cu originea la piciorul amonte al barajului iar înălțimea apei în lac se ia egală cu 108,7 m.

În acest caz studiat numărul punctelor cu potențial hidraulic necunoscut este $p = 51$. Deci rezultă un sistem de 51 ecuații cu 51 necunoscute, de tipul (3).

Acest sistem are matricea coeficienților de tip bandă, cu lățimea 15. Valorile necunoscutelor se determină folosind subrutina REBAN din biblioteca matematică MATHLIB.

Pentru determinarea potențialului hidraulic din fundația fisurată se stabilește mai întîi gradientul hidraulic pentru fiecare element de fisură.

Valorile gradienților hidraulici se determină prin metoda rețelelor inelare cu ajutorul unui sistem de ecuații liniare [3], [4], prin utilizarea subrutinei RESOL din biblioteca matematică MATHLIB a calculatorului FELIX C-256.

Pentru cazul de față sistemul de ecuații liniare are 68 ecuații cu 68 necunoscute.

Curbele echipotențiale pentru baraj și fundația sa sînt arătate în fig. 2 și 3.

4. Baraj cu dren la parametrul amonte prelungit cu un ecran de injecție racordat cu terenul impermeabil (fig. 4)

La parametrul amonte și în fisurile amonte de ecranul de injecție potențialul este $\Phi = 108{,}7$ m.

În dreptul drenului, deoarece presiunea interstițială este nulă, potențialul hidraulic are valoarea $\Phi = z$ (ordonata punctului).

5. Baraj cu dren la parametrul amonte prelungit cu un ecran de injecție care nu se racordează la terenul impermeabil (fig. 5)

În acest caz, prin închiderea unor fisuri (fig. 5), numărul de ecuații ale sistemului liniar, care determină gradienții hidraulici J_i, se reduce la 61.

Pentru corpul barajului curba de depresie este la o cotă mai coborîtă.

Curbele echipotențiale în terenul de fundație și curba de depresie (de saturație) din corpul barajului sînt reprezentate în fig. 5.

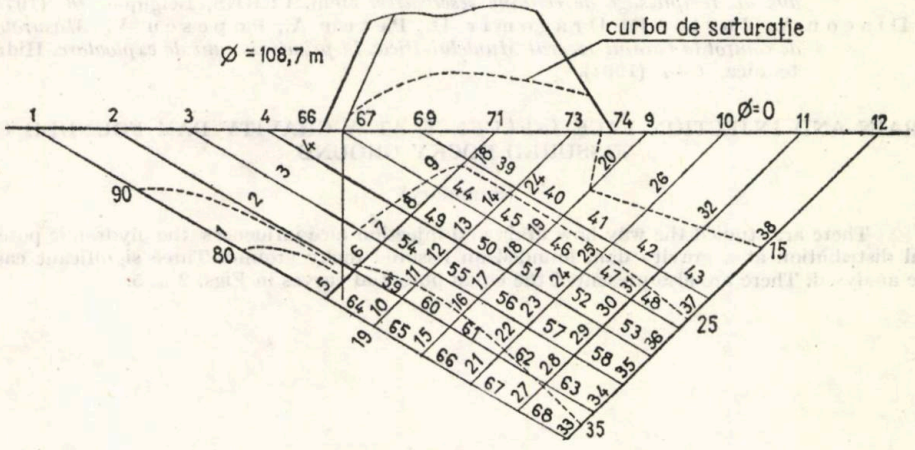


Fig. 5

6. Concluzii

1. În cazul barajului fără dren și fără ecran de injecție, în sfertul inferior al barajului, curbele echipotențiale se arcuiesc spre parametrul amonte (cele din jumătatea amonte) și spre parametrul aval (cele din jumătatea aval). Acest fapt se explică prin trecerea apei din baraj în terenul fisurat în jumătatea amonte și trecerea apei din fundația fisurată în baraj în jumătatea aval (debitele de trecere au valori stabilite prin calcul).

2. În cazul echipării barajului cu dren în corpul barajului și ecran de injecție în fundație racordat cu terenul impermeabil, potențialul hidraulic datorat apei apare numai în amonte de dren și ecranul de injecție (situația cea mai favorabilă).

3. În cazul cînd nu se realizează racordarea cu ecranul de injecție pînă la terenul impermeabil, există un potențial hidraulic în aval de dren și ecranul de injecție a cărui mărime depinde de adîncimea de injecție. Deși s-a considerat, în acest caz, accesul apei în aval de ecran printr-o singură fisură, totuși pe linia de separare baraj—teren de fundare există un potențial hidraulic care ajunge, în cazul exemplului dat, la 1/3 din valoarea celui din cazul fără ecran de injecție. Acest aspect dovedește că eficacitatea unui ecran neracordat la terenul de fundație impermeabil este mult redusă, chiar dacă înălțimea neracordată este mică.

Primită la 26 februarie 1979

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de beton armat și construcții hidrotehnice

BIBLIOGRAFIE

1. Bernaix J., *Étude géotechnique de la roche de Malpasset.* Dunod, Paris, 1967.
2. Zienkiewicz O.C., Mayer P., Cheung Y., *Solution of Anisotropic Seepage by Finite Elements,* J. of the Eng. Mech. Div., Proc. ASCE, 92, *EM 1* (1966).
3. Louis C., *Strömungsvorgänge in klüftigen Medien und ihre Wirkung auf Standsicherheit von Bauwerken und Böschung im Fels.* Diss., Karlsruhe, 1967.
4. Diab B., *Contribution à l'étude du complexe barrage—fondation et explication des séismes dus au remplissage de certains réservoires.* Mém. CERES, Belgique, *46* (1974).
5. Diacon A., Juster E., Dragomir D., Petcu A., Popescu V., *Măsurători de control la barajul Izvorul Muntelui-Bicaz în primii doi ani de exploatare.* Hidrotehnica, *6—7* (1964).

DRAIN AND INJECTION FACE INFLUENCE AT A GRAVITY DAM FOUNDED ON FISSURED ROCKY GROUND

(Summary)

There are studied the way how drain and injection face influences the hydraulic potential distribution at a gravity dam founded on fissured rocky ground. Three significant cases are analysed. There are also presented the equal potential curves in Figs. 2 ... 5.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 625.8

OPTIMIZAREA LINIEI ROȘII LA MODERNIZAREA DRUMURILOR EXISTENTE

DE

HORIA ZAROJANU

1. Optimizarea liniei roșii la modernizarea unui drum existent implică, între alte condiții, menținerea în cît mai mare măsură a platformei existente în scopul refolosirii „zestrei" și reducerea, prin aceasta, a grosimii viitorului sistem rutier. Cunoașterea grosimii zestrei drumului permite, pe baza dimensionării sistemului rutier, să se stabilească așa numitele „cote economice" față de care linia roșie proiectată trebuie să se apropie cît mai mult.

Metoda propusă folosește aproximarea cotelor diverselor puncte prin polinoame.

Notînd cu x_k distanțele cumulate, din profilul în lung, corespunzînd diverselor profile transversale și cu y_k cotele aferente în ax, se alege o dependență funcțională de tipul:

$$y = f(x\,;\, a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n), \tag{1}$$

care aproximează cît mai bine profilul în lung existent care se sistematizează.

2. Considerînd abscise echidistante ($x_{k+1} - x_k = h$) pentru profilele transversale, se face schimbarea de variabilă:

$$u_k = \frac{x_k - \bar{x}}{h}, \tag{2}$$

în care

$$\bar{x} = \frac{1}{2}(x_1 + x_N), \tag{3}$$

iar x_1 și x_N reprezintă abscisele profilelor extreme.

Polinomul care aproximează cotele existente este de forma [1]:

$$y = c_0 p_0(u) + c_1 p_1(u) + \ldots + c_n p_n(u), \tag{4}$$

unde $p_i(u)$ sînt polinoamele ortogonale C e b î ș e v.

Parametrii polinomului se estimează cu ajutorul relațiilor:

$$c_j = \frac{1}{H_j} \sum_{k=1}^{N} y_k \, p_j(u_k), \tag{5}$$

unde $j = 0, 1, 2, ..., n$ reprezintă gradul polinomului;

$$H_j = \sum_{k=1}^{N} p_j^2(u_k); \tag{6}$$

$k = 0, 1, 2, ..., N$ reprezintă numărul profilului transversal considerat (de regulă $N > n$); u_k ia numai valori întregi și anume:

$$u_k = \begin{cases} 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm \dfrac{N-1}{2} & \text{dacă } N \text{ este impar,} \\ \pm \dfrac{1}{2}, \pm \dfrac{3}{2}, ..., \pm \dfrac{N-1}{2} & \text{cînd } N \text{ este par.} \end{cases}$$

Introducînd expresiile polinoamelor ortogonale C e b î ș e v cu coeficienții termenilor de grad maxim egal cu unitatea, polinomul (4) se scrie sub forma:

$$y = c_0 + c_1 u + c_2 p_2(u) + ... + c_n p_n(u), \tag{7}$$

în care polinoamele ortogonale cu coeficienții termenilor de grad minim doi se obțin prin relația de recurență:

$$p_{j+1}(u) = u p_i(u) - \frac{H_j}{H_{j-1}} p_{j-1}(u) \tag{8}$$

iar rapoartele H_j/H_{j-1} se calculează cu relația:

$$\frac{H_j}{H_{j-1}} = \frac{j^2(N^2 - j^2)}{4(4j^2 - 1)}. \tag{9}$$

Întrucît parametrii c_j nu depind de gradul n al polinomului căutat, sporirea gradului polinomului, pentru a se obține o mai bună aproximare, nu necesită reluarea calculului pentru parametrii determinați anterior.

3. Folosirea polinoamelor C e b î ș e v prezintă și avantajul că se dispune de tabele redactate pentru un număr de puncte $N = 5, 6, ..., 21, 23$ [1] și pentru un grad al polinomului pînă la cinci inclusiv, ceea ce permite adoptarea cu ușurință a polinoamelor pentru diversele situații întîlnite în practică.

Sînt tabelate polinoamele reduse $p_j^*(u)$ care sînt legate de polinoamele $p_j(u)$ prin relația:

$$p_j(u) = \mu_j p_j^*(u), \tag{10}$$

unde μ_j sînt constante de multiplicare astfel alese încît valorile polinoamelor reduse să fie numere întregi și prime între ele.

Tabelele cuprind și valorile γ_j, H_j și H_j/H_{j-1} care permit calculul parametrilor:

$$c_j = \frac{1}{\gamma_j} \sum_{k=1}^{N} y_k \, p_j^*(u_k), \tag{11}$$

în care :

$$\gamma_j = \mu_j \sum_{k=1}^{N} [p_j^*(u_k)]^2 = \frac{H_j}{\mu_k}. \tag{12}$$

4. Pentru reducerea volumului de calcul se determină gradul optim al polinomului folosind procedeul următor [1] :

a) Se calculează parametrii c_0, c_1, c_2, ...

b) Se determină suma pătratelor abaterilor :

$$S_n = \sum_{k=1}^{N} y_k^2 - (c_0^2 H_0 + c_1^2 H_1 + \ldots + c_n^2 H_n). \tag{13}$$

c) Ținînd seama că prin adăugarea fiecărui termen nou $c_{n+1} p_{n+1}(u)$ la dezvoltarea lui y după polinoamele ortogonale $p_j(u)$, suma pătratelor abaterilor S_n se micșorează cu mărimea $c_{n+1}^2 H_{n+1}$ se calculează fiecare raport $S_n/(N - n - 1)$ și se compară cu precedentul. Gradul polinomului trebuie mărit pînă cînd raportul nu mai descrește vizibil.

5. Întrucît abscisele echidistante nu țin seama de pozițiile efective ale profilelor transversale caracteristice, cotele acestora se determină prin formule de interpolare, de exemplu de tip L a g r a n g e.

6. Pentru racordările verticale se recomandă verificarea compatibilității razelor de curbură prin metoda derivatelor polinomului de grad $i - 1$ care asimilează funcția cunoscută într-un număr i de puncte [2].

Concluzii

1. Folosirea polinoamelor ortogonale C e b î ș e v simplifică, în mare măsură, calculele pentru optimizarea liniei roșii existente cu ocazia sistematizării în vederea modernizării drumului.

2. Gama de puncte (§ 3) pentru care sînt tabelate polinoamele reduse $p_j^*(u)$ permite rezolvarea cazurilor ce pot apare în practica de proiectare.

Primită la 4 ianuarie 1979

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de căi de comunicații și fundații

B I B L I O G R A F I E

1. R u m ș i s k i L.Z., *Prelucrarea matematică a datelor experimentale.* Ed. Tehn., Buc.,1974.
2. D o r o b a n ț u St., *Contribuții la studiul și proiectarea liniei roșii optime la drumuri folosind calculul electronic.* Teză de doctorat, Inst. de constr., Buc., 1974.

L'OPTIMISATION DU PROFIL ROUTIER LONGITUDINAL LORS DE LA SYSTÉMATISATION DU TRACÉ

(Résumé)

On propose une méthode pour l'optimisation du profil routier longitudinal lors de la systématisation d'un tracé, en vue de la modernisation. La méthode utilise des pôlynomes T c h e b y c h e f f.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.Z. 625.8

MARCAJE ORIZONTALE LA DRUMURI

NOTA IV

MARCAJE CU DURATA MARE DE SERVICIU, LA TRAVERSĂRI PIETONALE

DE

BENIAMIN WEINSTEIN, I. HÎRHUI şi DAN POPOVICI

1. Introducere

În continuarea articolelor publicate anterior, în Buletinul Institutului politehnic din Iaşi, în care s-au prezentat concluziile cercetărilor întreprinse în vederea obţinerii unor mixturi termoplastice colorate (M.T.C.) cu proprietăţi fizico-mecanice cît mai apropiate de cele ale mixturilor asfaltice [1] ... [3], în cele ce urmează se expun rezultatele studiilor şi încercărilor efectuate în scopul stabilirii unei tehnologii adecvate de executare a marcajelor rutiere, cu aceste mixturi.

2. Alegerea soluţiei tehnologice

Încă de la început s-a eliminat soluţia de executare a marcajelor din M.T.C., prin aplicarea acesteia pe suprafaţa îmbrăcămînţilor existente, din următoarele considerente :

a) Marcajul astfel executat apare în relief faţă de suprafaţa îmbrăcămînţii rutiere, rezultînd rapida sa degradare sub acţiunea forţelor tangenţiale produse de pneurile autovehiculelor.

b) Dată fiind urmărirea unei perioade de serviciu cît mai mare pentru marcajele din M.T.C., se dovedeşte ineficientă executarea unor astfel de marcaje pe îmbrăcămînţi existente, aflate deja în exploatare, pentru care apare, în mod normal, necesitatea executării unor lucrări de întreţinere (tratamente superficiale, covoare asfaltice etc.) la o perioadă mai scurtă decît perioada de serviciu a marcajului.

S-a ajuns, deci, la concluzia adoptării unei soluţii de înglobare a stratului M.T.C., în îmbrăcămintea rutieră.

Primele încercări s-au axat în direcţia executării, în îmbrăcămintea asfaltică, la aşternerea sa, de lăcaşuri (prin aşezarea în faţa cilindrului compresor a unor plăci subţiri) în care să se aştearnă stratul din M.T.C. Se preconiza astfel posibilitatea executării marcajelor din M.T.C. şi în îmbrăcămînţi existente, în care lăcaşurile se realizează prin frezare sau alte procedee.

Soluția s-a dovedit dezavantajoasă, în primul rînd datorită necesității preparării M.T.C. pe șantier, fapt care presupune un utilaj deosebit de complex, cu un consum energetic ridicat, capabil să execute prepararea și apoi așternerea la cald, în strat subțire, a M.T.C.

Studiile ulterioare au condus la considerarea altui procedeu tehnologic, bazat pe implantarea directă în covorul de mixtură bituminoasă, prin cilindrare, a unor elemente prefabricate din M.T.C., odată cu operația de compactare a acestuia.

Procedeul, preconizat să se aplice la realizarea marcajelor în îmbrăcăminți asfaltice noi executate la cald, prezintă în principal următoarele avantaje :

a) Permite fabricarea M.T.C. în ateliere centralizate, asigurînd condițiile de calitate și raționalizare a consumurilor de materiale.

b) Nu necesită consum suplimentar de energie pe șantier, transferul de căldură de la mixtura bituminoasă la prefabricatul M.T.C. asigurînd plastifierea acestuia, necesară implantării și obținerii aderenței prefabricatului la stratul suport.

3. Descrierea procedeului

În etapa ce face obiectul acestei lucrări, prefabricatele M.T.C. au forma circulară (butoni) cu diametrul de 20 cm și grosimea de 5... 8 mm, fiind confecționați prin presare la cald, în matrițe corespunzătoare.

Mixtura termoplastică colorată[1]), preparată la temperatura de 140 ... 150°C, este așternută în strat uniform, în matriță (fig. 1).

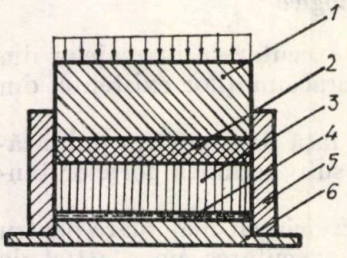


Fig. 1.— Schemă de prefabricare (secțiune) : *1*—poanson, *2*—disc din cauciuc, *3*—M.T.C., *4*—folie din polietilenă, 5—inelul matriței, *6*—placa de bază.

Presarea se execută prin intermediul unui disc de cauciuc de 5 mm grosime, care asigură uniformizarea presiunilor pe suprafață (la valori de circa 160 daN/cm²) și obținerea unei suprafețe rugoase necesară realizării bunei aderențe la stratul asfaltic în care se montează.

Folia din polietilenă, care se plasează peste placa de bază a matriței, are atît rolul de a elimina lipirea M.T.C. de aceasta, cît și cel de a proteja suprafața prefabricatului împotriva murdăririi în timpul operațiilor de pozare în stratul asfaltic și de cilindrare a suprafeței marcate, folia rămînînd lipită pe prefabricat pînă la terminarea acestor operații.

Prefabricatele M.T.C., astfel obținute, se așează la șablon, pe stratul de mixtură bituminoasă, imediat după așternerea acestuia și, după cîteva minute necesare plastifierii lor prin transferul de căldură, se cilindrează cu cilindrii compresori cu tamburi cu fețe netede.

---

[1]) Rețeta M.T.C. folosită la primele experimentări și pe baza căreia s-a acordat brevetul de invenție Nr. 57 928, a fost : agregat mineral 81%, liant 10%, pigment 9% [4].

4. Experimentarea procedeului

În vederea verificării procedeului tehnologic descris anterior s-au executat, mai întîi, experimentări în Stația de cercetări rutiere a facultății de construcții din Iași și marcaje experimentale la traversări pietonale, pe străzi din municipiul Iași.

Observațiile făcute cu prilejul acestor experimentări [5], împreună cu rezultatele obținute în aplicarea procedeului pe alte sectoare experimentale executate în numeroase orașe din R.S. România (Piatra Neamț, Pitești, Tîrgu Mureș, Botoșani etc.), au permis elaborarea unor instrucțiuni tehnice de execuție a marcajelor rutiere cu prefabricate circulare din M.T.C., în vederea generalizării, procedeul fiind brevetat ca invenție [6].

În cele ce urmează se prezintă principalele observații privind aplicarea acestui procedeu tehnologic la execuția marcajelor pe drumurile publice.

Tehnologia de execuție a marcajului este simplă, fără să necesite utilaje speciale și fără să modifice, în general, tehnologia de execuție a îmbrăcăminților asfaltice la cald. Sînt însă necesare următoarele precizări :

a) Trebuie respectat regimul de temperaturi standardizate pentru execuția stratului de mixtură bituminoasă, conform STAS 174-73.

b) Pentru compactarea stratului de mixtură bituminoasă, care conține marcajul, se utilizează numai cilindri compresori cu tamburi cu fețe netede, compactorii pe pneuri producînd distrugerea prefabricatelor M.T.C., prin acțiunea de frămîntare pe care o exercită.

c) Pentru evitarea deplasării din poziția de poză și ovalizării prefabricatelor plastifiate, prima trecere a cilindrului compresor trebuie să se efectueze cu tamburul motor și viteză minimă, acoperindu-se integral șirul de prefabricate și evitîndu-se oprirea, schimbarea direcției și vitezei de mers a cilindrului, pe lungimea segmentului de marcaj.

d) Se recomandă ca grosimea stratului de mixtură bituminoasă în care se implantează prefabricatele M.T.C. să fie egală cu de 4 ... 6 ori grosimea acestora [5].

Durata de execuție a marcajelor este redusă, înscriindu-se în durata normală de execuție a îmbrăcăminților asfaltice.

Pentru asigurarea unei bune încastrări a prefabricatelor în stratul suport este necesar ca rosturile de lucru, la execuția îmbrăcăminților, să se situeze la cel puțin 10 cm de marginea prefabricatelor.

La execuția traversărilor pietonale (lucrări concentrate) se recomandă amorsarea prefabricatelor pe fața inferioară, cu bitum cald, mărindu-se astfel aderența lor la stratul suport și compensînd eventualele mici abateri de la condițiile tehnologice.

5. Vizibilitatea marcajelor

Alegerea formei circulare (butoni) pentru prefabricate s-a bazat, inițial, pe avantajele pe care aceasta le prezintă, atît la prefabricare cît și din punct de vedere al manipulării, depozitării și punerii în operă, datorită simetriei multidirecționale și lipsei colțurilor care, la grosimea redusă a prefabricatelor, s-ar putea rupe în cursul diverselor operații.

Experimentările la scară naturală au demonstrat că se obțin marcaje corespunzătoare din punct de vedere al vizibilității. Datorită unghiului mic sub care este văzut marcajul de către conducătorii autovehiculelor, șirul de butoni plantați la distanțe stabilite în raport cu diametrul lor este realizat perceput ca bandă continuă (fig. 2).

Această observație permite folosirea prefabricatelor circulare și la execuția marcajelor rutiere longitudinale, acolo unde se prevede marcajul din linie discontinuă (fig. 3).

Este de remarcat faptul că, datorită uzurii produse de trafic, marcajul își păstrează culoarea în timp, asigurîndu-se astfel vizibilitatea corespunzătoare, constantă pe toată perioada de serviciu.

6. Concluzii și recomandări

Experimentarea marcajelor cu prefabricate circulare din M.T.C. pe parcursul unei perioade relativ lungi de timp (1971 ... 1978) a demonstrat eficacitatea procedeului tehnologic descris, în cadrul facultății de construcții din Iași, funcționînd, în prezent, un atelier pilot cu producție de astfel de prefabricate.

Comportarea marcajelor sub acțiunea traficului este bună, atît sub aspectul rezistențelor mecanice și la acțiunea factorilor atmosferici cît și al păstrării formei și culorii în timp. Uzura înregistrată, de circa 1 mm/an (egală cu cea a covorului asfaltic), a permis estimarea perioadei de serviciu la 5 ... 8 ani, funcție de grosimea prefabricatelor și intensitatea traficului.

Calculele de eficiență economică efectuate[2]) recomandă procedeul, în special pentru executarea marcajelor la traversări pietonale, unde economia estimată este de circa 70% față de procedeul de execuție prin vopsire.

La acest tip de marcaj (fig. 4) se remarcă, totodată, un aspect estetic deosebit, încadrat armonios în peisajul urban.

Primită la 19 februarie 1979

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de căi de comunicații
și fundații

BIBLIOGRAFIE

1. Weinștein B., Gugiuman Gh., Popovici D., Hîrhui I., *Marcaje orizontale la drumuri* (I). Bul. Inst. polit, Iași, XXI (XXV), *3—4*, s. V (1975).
2. Weinștein B., Popovici D., Gugiuman Gh., Hîrhui I., *Marcaje orizontale la drumuri* (II). Bul. Inst. polit., Iași, XXIV (XXVIII), *1—2*, s. V (1978).
3. Weinștein B., Popovici D., Hîrhui I., Gugiuman Gh., *Marcaje orizontale la drumuri* (III). Bul. Inst. polit., Iași, XXIV (XXVIII), *3—4*, s. V (1978).
4. Weinștein B., Gugiuman Gh., Popovici D., *Mixtură termoplastică albă pentru marcaje rutiere.* Brevet de invenție, nr. 57 928, OSIM, 1974.
5. Weinștein B., Popovici D., Hîrhui I., *Marcaje rutiere din mixturi termoplastice colorate.* În vol. *Progresul tehnic, factor activ în creșterea eficienței transporturilor.* I.C.P.T.T., Buc., 1975.
6. Weinștein B., Popovici D., Gugiuman Gh., Hîrhui I., *Procedeu și dispozitiv pentru realizarea unui marcaj rutier.* Brevet de investiție, nr. *69 830*, OSIM, 1975.

[2]) Aceste calcule au fost efectuate pe baza analizelor de preț, incluzînd costurile de producție a prefabricatelor executate în fază pilot la Institutul politehnic din Iași și costul estimat de montare a prefabricatelor în marcaj, raportate la perioada de serviciu de 5 ani, în comparație cu costul marcajelor executate prin vopsire, considerînd că se efectuează două vopsiri pe an.

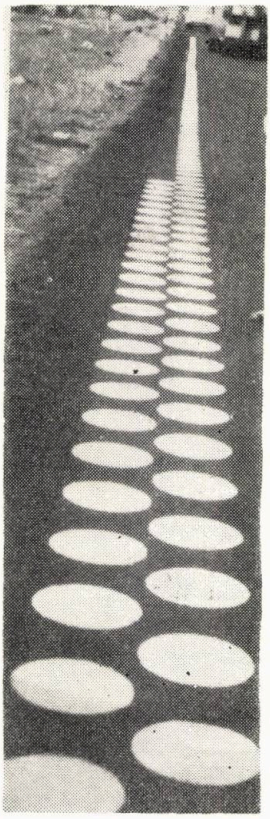


Fig. 2. — Șir de butoni.

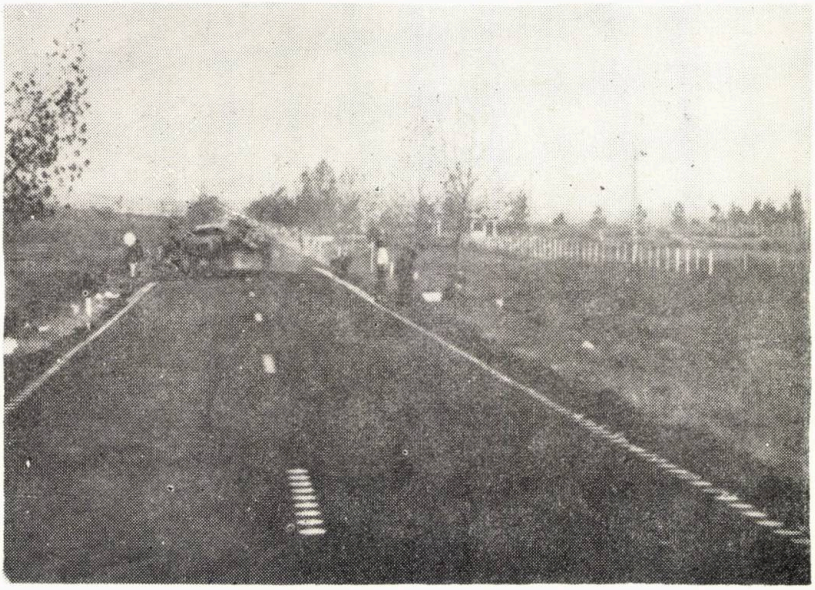


Fig. 3. — Marcaje rutiere longitudinale executate din prefabricate circulare.

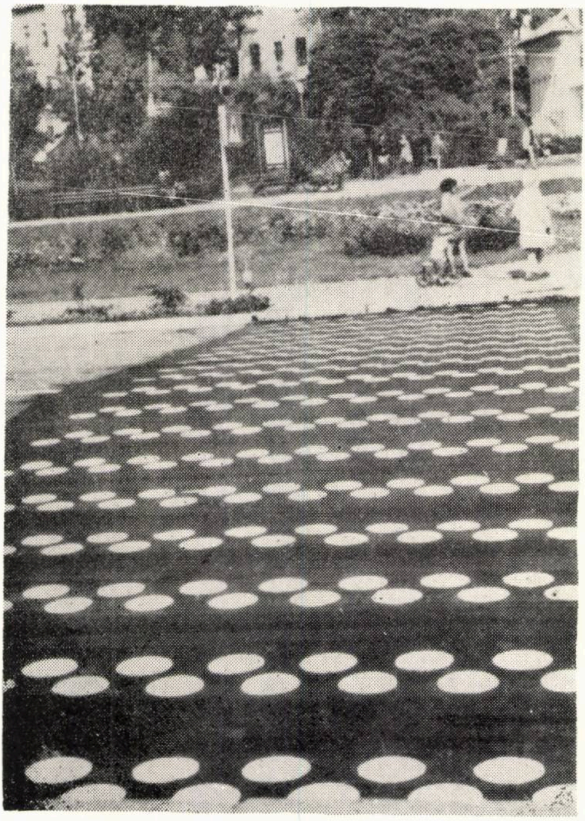


Fig. 4. — Marcaj la o traversare pietonală

HORIZONTALE WEGMARKIERUNGEN

IV. Note

Markierungen mit langer Gebrauchsdauer für Fußgängerüberquerungen

(Zusammenfassung)

Es werden die Untersuchungen der Verfasser für die Ausarbeitung eines technologischen Herstellungsverfahren der Strassenmarkierungen mit farbigen, thermoplastischen Mixturen (M.T.C.) angegeben.

Das beschriebene Verfahren beruht auf der Einbettung in die heissen bituminösen Mixturen der vorgefertigten, runden M.T.C.-Markierungen, sodaß man gleichzeitig mit dem Verdichten des Asphaltes durch Walzen, dauerhafte Strassenmarkierungen auf neuen Asphalten erhält.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 625.8

STUDIUL STRUCTURII LIANȚILOR BITUMINOȘI PE BAZA SUSCEPTIBILITĂȚII LA DURATA DE ÎNCĂRCARE

DE

HORIA ZAROJANU și ZAHARIE SALINIUC

1. Introducere

Prevederea comportării în operă a lianților bituminoși folosiți în scopuri rutiere se bazează, în general, pe încercările empirice normalizate de tipul : penetrația standard, punctul de înmuiere (după caz : inel—bilă (I.B.) sau K r a e m e r-S a r n o w (K.S.)) sau punctul de picurare U b b e l h o d e (U), punctul de rupere F r a a s s (F) sau punctul de rigidizare H o e p f n e r-M e t z g e r (H.M.).

Deși aceste încercări permit obținerea de date deosebit de utile ca de exemplu : mărimea cîmpului de plasticitate al liantului, susceptibilitatea bitumului, prin intermediul indicelui de penetrație (IP) și clasificarea în funcție de structură, totuși, ținînd seama că cedarea straturilor bituminoase are loc prin oboseală sub solicitările repetate, este strict necesar să se poată prevedea comportarea liantului bituminos la oboseală, ceea ce nu se poate obține pe baza încercărilor menționate mai sus.

În cele ce urmează ne-am propus să caracterizăm o serie de bitumuri, folosite în mod curent în R.S. România, din punct de vedere al comportării la oboseală. În acest scop a fost determinată susceptibilitatea față de timpul de încărcare în cadrul penetrării.

2. Susceptibilitatea față de timpul de încărcare în cadrul penetrării

Este dată de relația [1] :

$$B = \frac{\mathrm{d}(\log p)}{\mathrm{d}(\log t)}, \tag{1}$$

unde p reprezintă penetrația determinată sub încărcarea de 100 gf, la temperatura de + 25°C, pentru cinci durate (t = 5, 10, 15, 20 și 25 sec.)

3. Rezultatele studiilor efectuate

Față de clasificarea bitumurilor în funcție de indicele de penetrație (IP), studiile efectuate de către P f e i f f e r au arătat că [1] : a) pentru $B \geqslant 0{,}5$ comportarea mecanică a bitumului este pur vîscoasă (stare lichidă) ; b) pe măsură ce susceptibilitatea B se reduce intervin modificări ale structurii bitumului și anume pentru :

$0{,}25 \leqslant B \leqslant 0{,}45$ — structură tip „sol",

$0{,}15 \leqslant B \leqslant 0{,}25$ — structură de tip „gel".

Pe măsura micșorării susceptibilității B, componenta vîscoasă a comportării mecanice se reduce, crescînd componenta elastică.

Conform rezultatelor obținute [1] bitumurile care conduc la o comportare superioară la oboseală sînt acelea a căror componentă elastică a comportării vîscoelastice este suficient de mare comparativ cu componenta vîscoasă și anume bitumurile pentru care :

$$0{,}30 \leqslant B \leqslant 0{,}43.$$

Trebuie de menționat faptul că criteriul de rezistență la oboseală concordă cu criteriul de rezistență la formarea făgașelor longitudinale în mixturile bituminoase, ceea ce justifică determinarea susceptibilității B.

4. Programul de cercetare efectuat

Au fost studiate trei bitumuri, cu caracteristicile indicate în tabelul 1.

Tabelul 1

Caracteristicile standard ale bitumurilor studiate

Nr. crt.	Proveniența	Penetrația standard 10 mm	Punctul de înmuiere IB °C
1	Rafinăria Crișana	75,5	44,5
2	Bitum albanez	112,0	43,0
3	Rafinăria Crișana	66,0	42,0

Susceptibilitatea B a fost determinată pentru temperatura de 25°C pentru bitumurile încălzite în prealabil : a) 5 ore la 163°C, b) 144 ore la 100°C, c) 192 ore la 100°C.

Ultimele două regimuri de temperatură au urmărit modelarea transformărilor suferite de bitumuri în urma încălzirii prelungite în bataluri. În acest scop a fost folosită comparația cu susceptibilitatea bitumurilor care nu au fost supuse unui regim termic prealabil.

Temperatura de 25°C a fost obținută prin încălzirea lianților după prealabila răcire de la temperatura de regim la temperatura ambiantă.

5. Rezultatele cercetării

Valorile medii ale penetrațiilor standard, în funcție de regimul prealabil de temperatură, sînt redate în tabelul 2.

Tabelul 2

Penetrația standard

Nr. probă bitum	Penetrație standard pentru regimul de temperatură prealabil			
	A^*)	*a*	*b*	*c*
1	75,5	63,0	74,0	60,0
2	112,0	107,5	99,0	88,5
3	66,0	55,5	57,0	54,0

*) Bitum fără supunere la regim termic prealabil

Rezultă că determinarea penetrației standard pentru bitumul supus la îmbătrînire accelerată (încercare normalizată : 5 ore la 163°C) apare ca reprezentativă la bitumurile *1* și *3*, față de regimurile de temperatură *b* și *c*, dar nu și în cazul bitumului *2*.

La bitumurile *1* și *3* penetrațiile standard pentru regimurile prealabile de temperatură *a* și *c* sînt practic de același ordin de mărime.

Variația susceptibilității B în funcție de regimul prealabil de temperatură este prezentată în tabelul 3.

Tabelul 3

Variația susceptibilității B

Nr. probă bitum	Susceptibilitatea B pentru regim prealabil de temperatură			
	A^*)	*a*	*b*	*c*
1	0,4357(0,4255)	0,4210(0,4148)	0,4014(0,3996)	0,3815(0,3774)
2	0,4904(0,4871)	0,4859(0,4811)	0,4667(0,4654)	0,4431(0,4377)
3	0,4352(0,4342)	0,3985(0,3978)	0,3846(0,3787)	0,3874(0,3806)

*) Bitum fără supunere la regim termic prealabil

Rezultă următoarele observații :

1° Încercarea standard de îmbătrînire accelerată (*a*) nu pare reprezentativă și din punct de vedere al evoluției structurii lianților bituminoși.

2° Bitumurile *1* și *3* prezintă caracteristici corespunzătoare la oboseală, indiferent de regimul termic prealabil. Apare deci ca acceptabil un astfel de regim de temperatură, la păstrarea bitumului în batal.

3° Bitumul *2*, acceptabil din punct de vedere al caracteristicilor standard, va avea o comportare necorespunzătoare la oboseală. Concluzia confirmă unele constatări în operă, contribuind la precizarea cauzei.

Trebuie menționate în plus următoarele constatări :

a) Valorile B din tabelul 3 reprezintă mediile aritmetice pentru $d(\log p)/d(\log t)$.

b) Valorile trecute în paranteze reprezintă raportul $d(\log p)/d(\log t)$.

c) Pentru penetrații s-au considerat mediile aritmetice a 3 ... 6 încercări (p_i) (tabelul 4).

Tabelul 4

Valorile medii ale penetraţiei

Nr. probă bitum	Timpul de încărcare sec.	Penetraţia ($\bar{p}$)/număr de încărcări			
		Abaterea medie pătratică ($\bar{S}$) pentru regimul de temperatură prealabil			
		A^*)	a	b	c
1	5	75,5/4 1,29	62,8/6 4,17	73,8/5 2,39	60,0/5 5,29
	10	100,7/4 1,89	82,5/6 5,13	96,4/5 3,97	77,6/5 5,77
	15	119,5/4 2,38	98,5/6 5,92	115,0/5 4,06	90,2/5 4,92
	20	132,7/4 2,22	111,3/6 6,35	128,2/5 5,67	101,0/5 5,29
	25	149,7/4 2,87	122,5/6 6,71	140,4/5 6,31	110,2/5 5,40
2	5	111,7/4 4,99	107,5/4 5,26	99,2/5 1,10	88,6/5 1,95
	10	154,7/4 3,86	148,0/4 2,16	136,2/5 1,10	118,6/5 2,88
	15	190,7/4 2,63	180,0/4 5,89	165,4/5 0,89	142,2/5 2,88
	20	219,5/4 1,91	211,2/5 4,44	189,2/5 1,30	162,0/5 2,74
	25	244,7/4 0,96	233,2/5 4,02	209,8/5 1,79	179,2/5 2,77
3	5	66,2/4 1,71	55,8/4 2,87	59,8/5 2,17	54,2/5 1,79
	10	89,5/4 2,38	73,5/4 3,70	77,2/5 2,17	69,8/5 1,48
	15	106,5/4 1,91	86,0/4 3,46	89,8/5 2,28	81,6/5 1,52
	20	120,7/4 2,22	96,7/4 3,20	100,4/5 2,51	91,2/5 1,64
	25	133,2/4 2,06	105,7/4 3,20	110,0/5 2,35	100,0/5 1,87

*) Bitum fără supunere la regim termic prealabil.

d) Admiţînd o repartiţie normală pentru rezultatele încercărilor, valorile extreme pentru susceptibilităţile B sînt prezentate în tabelul 5; cu excepţia valorilor în chenar se constată o scădere constantă a susceptibilităţilor în ordinea regimurilor de temperatură prealabile: a, b şi c.

Tabelul 5

Valorile extreme pentru B

Nr. probă bitum	Susceptibilitatea B pentru regim prealabil de temperatură				Calculul a fost efectuat pentru
	A^*)	a	b	c	
1	0,4376(0,4275)	0,4132(0,4078)	0,4109(0,4088)	0,3553(0,3499)	$\bar{p} + ts/\sqrt{n}$
	0,4336(0,4234)	0,4299(0,4228)	0,3908(0,3894)	0,4123(0,4108)	$\bar{p} - ts/\sqrt{n}$
2	0,4606(0,4483)	0,4575(0,4478)	0,4672(0,4635)	0,4355(0,4438)	$\bar{p} + ts/\sqrt{n}$
	0,5294(0,5290)	0,5170(0,5181)	0,4662(0,4674)	0,4509(0,4428)	$\bar{p} - ts/\sqrt{n}$
3	0,4230(0,4243)	0,3746(0,3781)	0,3737(0,3676)	0,3806(0,3699)	$\bar{p} + ts/\sqrt{n}$
	0,4482(0,4447)	0,4257(0,4202)	0,3963(0,3906)	0,3874(0,3806)	$\bar{p} - ts/\sqrt{n}$

*) Bitum fără supunere la regim termic prealabil.

e) Admițînd pentru penetrație (la temperatura IB) o valoare medie de 800 (zecimi de mm), rezultă pentru indicele de penetrație valorile din tabelul 6.

Tabelul 6

Indicele de penetrație (IP)

Nr. probă bitum	$\frac{IP}{h}$ pentru regim prealabil de temperatură			
	A^*)	a	b	c
1	$\frac{-1,73}{0,053}$	$\frac{-2,17}{0,057}$	$\frac{-1,79}{0,053}$	$\frac{-2,28}{0,058}$
2	$\frac{-1,10}{0,047}$	$\frac{-1,23}{0,048}$	$\frac{-1,47}{0,050}$	$\frac{-1,79}{0,053}$
3	$\frac{-2,83}{0,063}$	$\frac{-3,19}{0,068}$	$\frac{-3,04}{0,066}$	$\frac{-3,24}{0,069}$

*) Bitum fără supunere la regim termic prealabil

Ținînd seama de comportarea în operă a mixturilor bituminoase confecționate cu liant de tipul 2, care este confirmată de valoarea susceptibilității B, dar nu și de datele din tabelul 6, rezultă utilitatea și necesitatea determinării lui B.

6. Concluzii generale

1. Susceptibilitatea *B* față de timpul de încărcare în cadrul penetrării permite prevederea comportării liantului bituminos și deci a mixturii bituminoase, la oboseală.

2. Pentru bitumurile de tipul *1* și *3*, regimurile prealabile de temperatură corespunzătoare încercării standard de îmbătrînire accelerată și cele corespunzătoare încălzirii prelungite în bataluri, conduc la modificări de structură care mențin lianții în domeniul unei bune comportări la oboseală.

3. Caracterizarea bitumului de tip *2* pe baza susceptibilității *B* concordă cu comportarea în operă, spre deosebire de aceea efectuată pe baza indicelui de penetrație.

Primită la 26 aprilie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de căi de comunicații și fundații

BIBLIOGRAFIE

1. Verstraeten J., Centre de Recherches Routières, 1976 (comunicare personală).

L'ÉTUDE DE LA STRUCTURE DES LIANTS BITUMINEUX À L'AIDE DE LA SUSCEPTIBILITÉ DE LA PÉNÉTRATION AU TEMPS DE CHARGEMENT

(Résumé)

Dans le but de connaitre le comportement à la fatigue on a étudié la susceptibilité de la pénétration au temps de chargement (*B*), à la température standard de + 25°C, pour trois bitumes utilisés dans la R.S. de Roumanie. On a considéré des régimes thermiques préalables variables.

La comparaison avec les résultats de l'essai standardisé de vieillissement acceléré et de l'indice de pénétration justifie la détermination de *B* pour les liants bitumineux, aux moins pour les ouvrages importantes.

On présente aussi les conclusions concernant l'influence du régime thermique préalable sur le comportement en oeuvre des liants bitumineux.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 71 : 656.1

COMPACT LAND USE/TRANSPORT MODELS (II)

BY
MARCIAL ECHENIQUE and TOMAS DE LA BARRA

1. Introduction

In the first part of these paper [8], after the introduction and the general framework, it was presented the first level model out of the three levels of implementation. Now follows the second and the third level models of the implementation levels, and the conclusions.

2. The Second Level Model

This model disaggregates the regional sub-model and the land use sub-model. It has been implemented in Santiago, Chile [5]. The elements of the urban system are defined as follows:

a) Within-Place Activities are defined by the Number of Employees working in each zone. The employees are disaggregated by type (four basic sector and services). Also the number of people residing in each zone is calculated.

b) Between-Place Activities are defined by trips, as the previous model, differentiated by type of person, mode of transport and the route of the trips. The number of vehicles are defined in each route.

c) Adapted Spaces are defined by the floor-space and the land used by each within place activity.

d) The Channel Space is defined by the cost of transport between zones, by each mode and route.

The regional sub-model determines the changes of basic employment for the region and hence the population growth. The determination of the basic employment, E^x, is a function of the investments in each region and sector, I^x. The model determines the flow of investment amongst regions and sectors, which generates changes in the employment pattern of the region. The population is calculated as in standard demographic models as a function of the Previous Population, ${}^{t-\Phi}P$, the birth rate, ${}^{t}B$, death rate, ${}^{t}D$, in each region and as a function of migrations between regions. The migration is a function of the demand for labour provided by the regional investment model, i.e.

$$(1) \quad {}^{t}E^x = f(I^x, {}^{t-\Phi}E^x, {}^{t-\Phi}C^x) \quad \text{and} \quad (2) \quad {}^{t}P = f({}^{t-\Phi}P^t, {}^{t}B, D, {}^{t}E^x).$$

The land use sub-model allocates the basic employment to each zone, ${}^{t}E_i^x$, by type x. This allocation is done by a potential model. The potential

is calculated by the attraction of the zone, ${}^tW_i^x$, (i.e. land and services) and the locational cost of the zone, ${}^{t-\delta}C_i^x$, in the previous time period, i.e.

$$(3) \qquad {}^tE_i^x = {}^tE^x (W_i^x)^{\alpha x} \exp\ (-\lambda^x\ {}^{t-\delta}C_i^x)\ {}^tA^x,$$

where ${}^tA^x$ is the normalisation term and, α^x and λ^x, parameters to be calibrated for each type x.

Once determined the basic employment, the Activity and Stock model [4] is used to distribute floorspace, F, residential population, P, and service employment, E_i^s, to each zone. The model follows the L o w r y [9] model, i.e.

$$(4) \qquad E_i = \sum_x E_i^x + E_i^s, \qquad (5) \qquad F_j = \sum_i E_i\, wL_j \exp(-\beta\ {}^fC_{ij}) A_i^f,$$

$$(6) \qquad F_j^p = F_j - E_j\, w^E, \qquad (7) \qquad P_j = \sum_i E_i\, uF_j^p \exp\,(-\beta\ {}^pC_{ij})\ A_i^p,$$

$$(8) \qquad E_i^s = \sum_j P_j\, vE_i \exp\,(-\beta\ {}^sC_{ij})\ B_j,$$

where : A_i^f, A_i^p, B_j are normalisation terms ; L_j is the available land ; F_j^p is the available floorspace for the residential population ; w, w^E, u and v are standards (total floorspace, employment floorspace per employee, labour and service ratios, respectively) ; β^f, β^p and β^s are the distribution parameters to be calibrated for floorspace, residential and services distributions respectively.

The sub-model requires several iterations until an equilibrium state is achieved.

The transport sub-model calculates the trip generation, O_i^n and D_j, as a function of the activities, E_i^x and P_i, and the accessibility, C_i, of each zone. Then trip distribution, modal and route split is calculated in the same manner as the first level model (s. [8], § **3.1**). It is not possible to use the same distribution of the land use sub-model (i.e. residential and services sub-models) because the transport model operates at a peak hour and the trip generation rates in peak hour may vary also. Then

$$(9) \qquad O_i^n = f(E_i^x, P_i, C_i), \qquad (10) \qquad D_j = f(E_j^x, P_j, C_j).$$

Then the same equation (6) [8] is applied : thus trips T_{ij}^{nkr} and vehicles are obtained.

The transport costs sub-model determines in the same manner as the previous level model the cost of travel between zones by person type, mode and route (s. Eqs. (7) and (8) [8]). The location cost sub-model determines the generalised cost of residential and service, C_{ij}, trips as follows

$$(11) \qquad C_{ij} = \frac{\sum_n \sum_k \sum_r T_{ij}^{nkr}\, C_{ij}^{nkr}}{\sum_n \sum_k \sum_r T_{ij}^{nkr}}.$$

The basic employment cost is calculated as

$$(12) \qquad C_i^x = \frac{\sum_j P_j\, C_{ij}}{\sum_j P_j}$$

and the regional cost is calculated as

$$C^x = \frac{\sum_i E_i^x C_i^x}{\sum_i E_i^x}. \tag{13}$$

Fig. 1 shows the structure of the second level model.

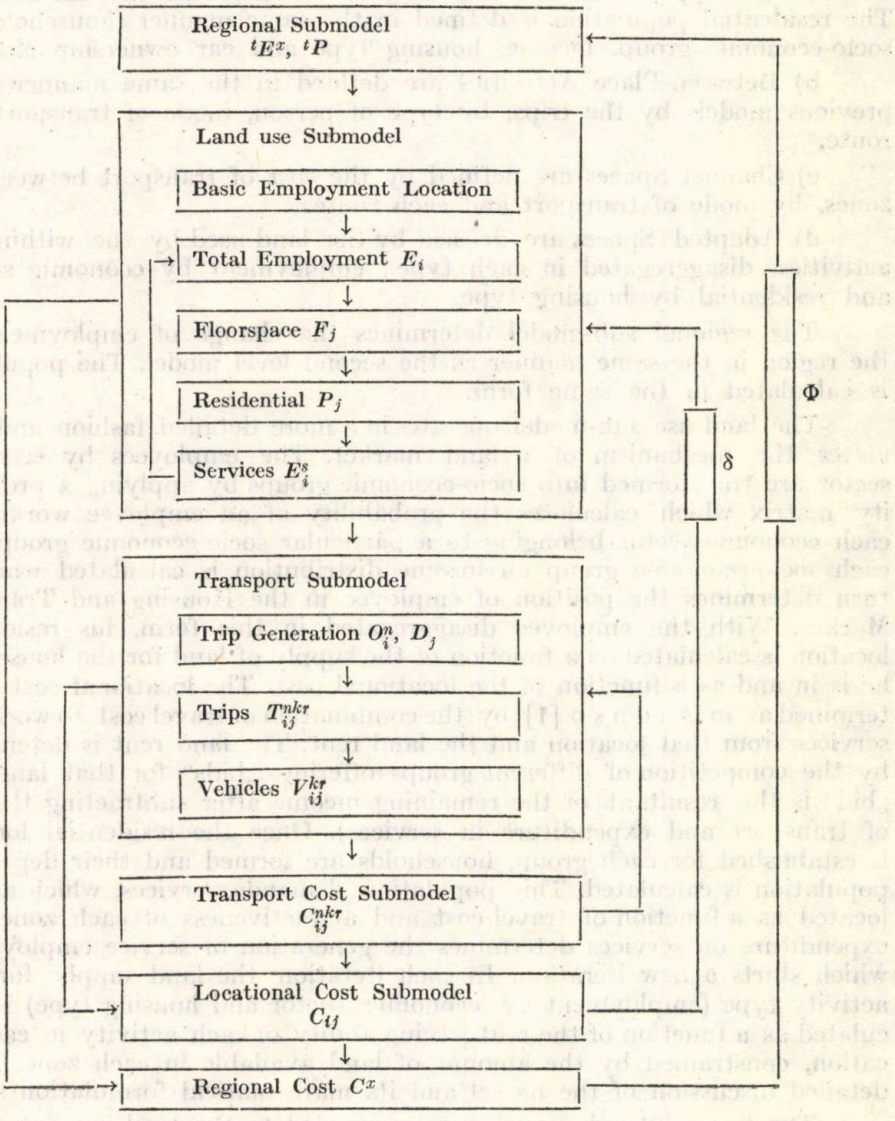


Fig. 1. — Structure of the second level model.

3. The Third Level Model

This is the most disaggregated model implemented in Caracas, Venezuela [5], [6]. The elements of the system are defined as follows.

a) Within-Place Activities are defined by employment differentiated by economic sector (i.e. agriculture, industry, government and services), socio-economic groups (managerial, professional and technical, clerical, manual and peasant), income groups (five classes), housing types (normal and squatter type) and car availability (car owners and non-car owners). The residential population is defined in the same manner (households by socio-economic group, income, housing type and car ownership class).

b) Between-Place Activities are defined in the same manner as in previous models by the trips, by type of person, mode of transport and route.

c) Channel Spaces are defined by the cost of transport between the zones, by mode of transport and each route.

d) Adapted Spaces are defined by the land used by the withinplace activities, disaggregated in each type : employment by economic sector, and residential by housing type.

The regional sub-model determines the change of employment for the region in the same manner as the second level model. The population is calculated in the same form.

The land use sub-model operates in a more detailed fashion and simulates the mechanism of a land market. The employees by economic sector are transformed into socio-economic groups by applying a probability matrix which calculates the probability of an employee working in each economic sector belonging to a particular socio-economic group. For each socio-economic group an income distribution is calculated which in turn determines the position of employee in the Housing and Transport Market. With the employee disaggregated in this form, his residential location is calculated as a function of the supply of land for the house type he is in and as a function of the locational cost. The locational cost is determined as in A l o n s o [1] by the combination of travel cost to work and services from that location and the land rent. The land rent is determined by the competition of different groups offering „bids" for that land (the „bid" is the resultant of the remaining income after subtracting the cost of transport and expenditure in services). Once the residential location is established for each group, households are formed and their dependent population is calculated. This population demands services, which are allocated as a function of travel cost and attractiveness of each zone. The expenditure on services determines the generation of service employment, which starts a new iteration. In each iteration the land supply for each activity type (employment by economic sector and housing type) is calculated as a function of the rent-paying ability of each activity in each location, constrained by the amount of land available in each zone. For a detailed discussion of the model and its mathematical formulation s. [5].

The transport sub-model can be coupled to the land use sub-model in the same manner as the previous model (s. § **2**).

The costs of travel are established in the same form as in the previous sub-model. The only difference is that the travel costs are differentiated by purpose (work and services) for the distribution of activities to zones. These costs include the frequency of trips because the locational cost is calculated on a monthly basis (together with the housing rent) as well as the income of the employees. Fig. 2 shows the general structure of the third level model.

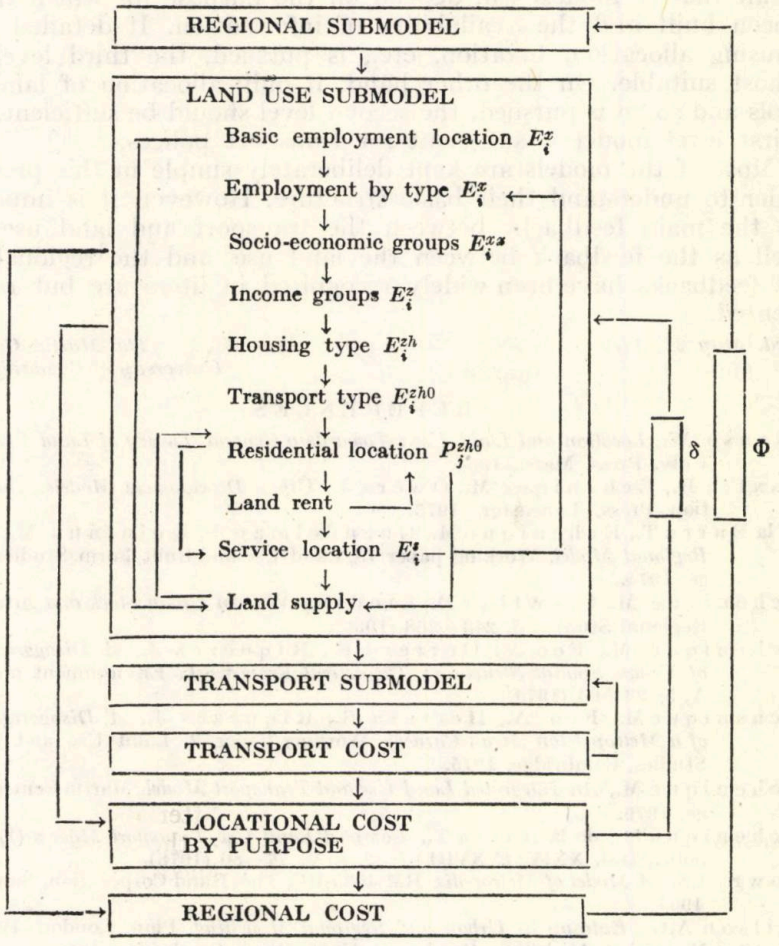


Fig. 2. — Structure of the third level model.

3. Conclusions

The models presented in this paper attempt an integration of three basic aspects in planning: the regional aspect, which determines the growth of activities at the regional scale; the land use aspect, which deter-

mines the allocation of activities for zones within the region ; and finally the transport aspect which determines the trips between the zones.

A general framework has been presented which integrates the regional land use and transportation aspects into a comprehensive model.

Three levels of implementation have been presented. The first level is the most elementary one, requiring the minimum amount of data. The second level disaggregates the regional and land use aspects. Finally, the third level disaggregates further the land use aspect. The application of these alternative models will depend on the purpose for which the model has been built and the availability of information. If detailed planning of housing allocation, taxation, etc., is pursued, the third level will be the most suitable. On the other hand, if only allocation of land, zoning controls and so on is pursued, the second level should be sufficient. Finally, the first level model is sufficient for transport polices.

Most of the models are kept deliberately simple in this presentation in order to understand their basic structure. However, it is important to stress the main feedbacks between the transport and land use aspects, as well as the feedback between the land use and the regional aspect. These feedbacks have been widely recognised in literature but rarely implemented.

Received, May 21, 1976

The Martin Centre,
University of Cambridge, England

REFERENCES

1. Alonso W., *Location and Land Use : Towards a General Theory of Land Rent.* Harvard Univ. Press, Mass., 1964.
2. Baxter R., Echenique M., Owers J., *Urban Development Models.* The Construction Press, Lancaster, 1975.
3. de la Barra T., Echenique M., Guendelman J., Quintana M., *An Urban-Regional Model.* Working paper *78*, Land Use and Built Form Studies, Cambridge, 1974.
4. Echenique M., Crowther D., Lindsay W., *An Urban Stock and Activity Model.* Regional Studies, *3*, 243—268 (1969).
5. Echenique M., Feo A., Herrera R., Riquezes J., *A Disaggregated Model of Urban Spatial Structure : Theoretical Framework.* Environment and Planning A, *5*, 33—63 (1974).
6. Echenique M., Feo A., Herrera R., Riquezes J., *A Disaggregated Model of a Metropolitan Area : Caracas.* Working Paper *9*, Land Use and Built Form Studies, Cambridge, 1975.
7. Echenique M., *An Integrated Land Use and Transport Model.* Martin Centre, Cambridge, 1976.
8. Echenique M., de la Barra T., *Compact Land Use/Transport Models* (I). Bul. Inst. polit., Iaşi, XXIV, (XXVIII) *1—2*, s. V, 77—86 (1978).
9. Lowry I.S., *A Model of Metropolis.* RM-4035-RC, The Rand Corporation, Santa Monica, 1964.
10. Wilson A.G., *Entropy in Urban and Regional Modelling.* Pion, London, 1970.
11. Batty M., *Urban Modelling.* Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1976.

MODELE DE PLANIFICARE A TRANSPORTURILOR ŞI A UTILIZĂRII TERENULUI URBAN (II)

(Rezumat)

În Nota precedentă [8] s-au prezentat aspectele generale legate de metodologia integrării metodelor de transport şi de utilizarea terenului urban schiţîndu-se cadrul unui model general integrat, ce a fost implementat la trei nivele de dezagregare. A fost prezentat modelul primului nivel de implementare. În această lucrare se prezintă modelele celorlalte două nivele de implementare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 666.8/9

CARACTERISTICILE BETOANELOR CU „EPOXIT"

DE

ELENA BOTEZ

1. Introducere

În perioada actuală, cînd tehnica modernă face progrese considerabile în toate domeniile, multe țări tind să folosească masele plastice în construcții la lucrări speciale, în scopul obținerii unor avantaje tehnico-economice deosebite. Astfel, există tendința de înlocuire a lianților tradiționali, folosiți la prepararea betoanelor, cu rășini epoxidice și poliesterice care conferă betonului caracteristici superioare ca : a) valori ridicate ale rezistențelor la întindere și compresiune ; b) întărire rapidă, indiferent de condițiile de păstrare ; c) aderență bună la suprafața de beton obișnuit și la armătură ; d) rezistență la intemperii naturale și la agresivitate fizică și chimică a mediului.

Betoanele cu rășini epoxidice au fost folosite la confecționarea de piese speciale [2] care au fost utilizate în construcții în locuri cu solicitări mari (îmbinări, articulații).

De asemenea, datorită rezistenței bune la coroziune și uzură, din aceste betoane s-au realizat elemente de baraj, îmbrăcăminți rutiere, tuburi de canalizare, șape etc.

Publicațiile de specialitate din străinătate, referitoare la betoanele cu lianți de tipul rășinilor termostabile cuprind o serie de indicații privitoare la compozițiile optime și caracteristicile acestora și anume :

a) Procentul optim de liant-rășină variază între 10 ... 15 % (în greutate față de amestecul total) în funcție de vîscozitatea rășinii. Se menționează că se folosesc de preferință rășini fluide care conduc la un consum mai redus de material.

b) Natura agregatului (cuarț, granit, porfir, andezit etc.) influențează în mică măsură caracteristicile betonului ; agregatele de concasaj conduc la rezistențe ceva mai ridicate dar reduc sensibil lucrabilitatea amestecurilor.

c) Caracteristicile betoanelor depind de calitatea rășinii utilizate și variază în medie între limitele de mai jos, pentru betoanele cu 10 ... 15 % liant epoxidic :

Rezistența la compresiune	600 ... 950 daN/cm²,
Rezistența la întindere	90 ... 110 daN/cm²,
Rezistența la tracțiune din încovoiere	150 ... 300 daN/cm²,
Modulul de elasticitate	240 000 ... 300 000 daN/cm²,
Aderența la armătură	80 ... 100 daN/cm².

d) Influența temperaturii ridicate în absența sarcinilor are ca efect o mică reducere a rezistenței betoanelor ; deosebit de importantă este însă influența temperaturii asupra curgerii lente și anume la o sarcină de 100 daN/cm² deformația plastică este, la 28 zile și 50°C, de opt ori mai mare decît deformația la 20°C.

Cu toate aceste caracteristici superioare, chiar și în țările în care industria rășinilor epoxidice este foarte dezvoltată, domeniul de folosire este încă destul de limitat și toate eforturile sînt dirijate în două direcții și anume : a) reducerea prețului de cost al rășinii epoxidice ; b) obținerea unor compoziții de rășini care să prezinte stabilitate termică mai ridicată.

Cercetările de laborator privind compozițiile optime și caracteristicile betoanelor cu „Epoxit" s-au axat pe studii preliminare și definitive pe baza cărora s-au putut trage concluzii privind :

1. Tehnologia de preparare a betoanelor cu rășina indigenă „Epoxit".
2. Stabilirea unor compoziții optime pe baza determinării influenței proporției de liant și granulozității agregatului asupra caracteristicilor fizico-mecanice.
3. Influența condițiilor de păstrare asupra rezistențelor mecanice.
4. Influența temperaturii ridicate și a tratamentului de îmbătrînire asupra rezistențelor mecanice.
5. Aderența la betonul cu liant hidraulic și la armătură.

2. Cercetări preliminare

Pentru stabilirea compozițiilor optime ale betoanelor s-au confecționat circa 30 de amestecuri preliminare cu compoziții alcătuite pe baza unor parametri variabili și anume : a) curba de granulozitate a agregatului ; b) procentul de rășină-liant, în amestec (prin procentul de rășină în amestec se subînțelege procentul de rășină + întăritor).

Amestecurile respective au fost studiate în ceea ce privește lucrabilitatea betonului la punere în operă, compactitatea după întărire și valorile rezistențelor mecanice după 24 ore, urmînd ca pe baza rezultatelor obținute să se stabilească compoziția optimă a betonului confecționat cu rășină „Epoxit" CE.

La confecționarea amestecurilor preliminare s-au utilizat următoarele materiale :

a) Liant epoxidic „Epoxit", livrat de întreprinderea „Anticorozivul" în două componente: componenta epoxidică CF și componenta de întărire CI.

b) Agregat silicios de carieră, fracțiune 0 ... 16 mm, cu diferite curbe de granulozitate.

c) Andezit concasat, fracțiune 3,15 ... 16 mm.

Curba de granulozitate și volumul de goluri ale agregatelor folosite la confecționarea amestecurilor preliminare sînt indicate în tabelul 1.

Compozițiile preliminare studiate sînt redate în tabelul 2.

Prepararea betonului cu liant epoxidic s-a efectuat manual, în vase perfect uscate, utilizînd numai agregate uscate.

Tehnologia de preparare include următoarele operații :

a) Cîntărirea exactă într-un vas emailat a rășinii și a întăritorului corespunzător (raport rășină : întăritor 4 : 1) și amestecarea celor doi componenți pînă la omogenizarea perfectă (circa 1 min).

b) Cîntărirea agregatului și omogenizarea prealabilă a sorturilor componente.

c) Introducerea treptată a agregatului în amestecul de rășină și întăritor și amestecarea cu grijă pînă la înglobarea întregii cantități de agregat în masa rășinii. Se consideră că se obține o bună omogenizare după circa 4 ... 5 min de amestecare.

Datorită amestecării destul de dificile a acestui tip de beton, o șarjă nu trebuie să depășească 5 kg. Peste această cantitate, în condițiile preparării manuale, nu se mai poate conta pe o bună omogenizare.

Punerea în operă a betoanelor se poate realiza în maximum 40 min de la preparare.

Tabelul 1

Granulozitatea și volumul de goluri ale agregatelor

Nr.	Natura agregatului	% trece prin sita nr.					Densitatea aparentă kg/m³	Volumul de goluri %
		020	1	3,15	7,1	16		
I	de carieră	2	10	16	40	100	1 680	32,5
II	de carieră	4	17	30	50	100	1 780	28,5
III	de carieră	6	23	33	50	100	1 780	26,5
III A	de carieră + andezit concasat*)	6	23	33	50	100	1 630	33,6
IV	de carieră	6	23	33	58	100	1 780	26,8
V	de carieră	8	28	40	50	100	1 780	26,1
V A	de carieră + andezit concasat*)	8	28	40	50	100	1 690	30,6
VI	de carieră	2,5	29,5	43	60	100	1 780	25,4

*) Compoziția granulometrică a agregatelor *III A* și *V A* : nisip de carieră sort 0 ... 3,15 mm, andezit concasat sort 3,15 ... 16 mm.

Tabelul 2

Betoane cu rășină „Epoxit" CE ; compoziții preliminare

Compoziția nr.	Curba de granulozitate a agregatului	Liant epoxidic în % față de amestecul total	Compoziția nr.	Curba de granulozitate a agregatului	Liant epoxidic în % față de amestecul total
1	*I*	10	14		10
2		12	15	*IV*	12
3		15	16		15
4		10	17		10
5	*II*	12	18	*V*	12
6		15	19		15
7		20			
8		10	20		10
9	*III*	12	21	*V A*	12
10		15	22		15
11		10	23		8
12	*III A*	12	24	*VI*	10
13		15	25		12

3. Rezultatele cercetărilor preliminare

Din amestecurile preliminare s-au confecționat cuburi cu $l = 7{,}07$ cm pe care s-au determinat, la 24 ore de la turnare, rezistențele la compresiune și tracțiune indirectă. Pentru urmărirea compactității s-a determinat și densitatea aparentă a betonului.

Tabelul 3

Betoane cu rășină „Epoxit" CE ; rezultatele încercărilor preliminare

Compoziția nr.	Liant epoxidic în % față de amestecul total	Agregat curba	Lucrabilitate și compactare	Densitatea aparentă kg/m³	Rezist. mecanică la 24 ore daN/cm²	
					întindere indirectă	compresiune
1	10		bună	2 080	73	430
2	12	*I*	bună	2 060	87	470
3	15		f. bună	2 100	76	610
4	10		satisf.	2 220	89	555
5	12	*II*	bună	2 220	93	622
6	15		f. bună	2 400	101... 112	730... 800
7	20		f. bună	2 200	118	695
8	10		satisf.	2 170	106	630
9	12	*III*	bună	2 210	102	710
10	15		f. bună	2 220	104	700
11	10		redusă	2 120	67	508
12	12	*III A*	satisf.	2 220	108	685
13	15		bună	2 240	77	710
14	10		satisf.	2 160	99	620
15	12	*IV*	bună	2 220	98	570
16	15		f. bună	2 180	101	715
17	10		satisf.	2 240	86	610
18	12	*V*	bună	2 225	110	652
19	15		f. bună	2 150	94	710
20	10		redusă	2 090	90	475
21	12	*V A*	satisf.	2 210	97	740
22	15		bună	2 170	106	735
23	8		redusă	2 060	70	405
24	10	*VI*	satisf.	2 120	110	630
25	12		bună	2 120	106	720

Rezultatele obținute în urma încercărilor efectuate asupra amestecurilor preliminare sînt indicate în tabelul 3. Analiza datelor din tabelele 1 și 3 conduce la următoarele observații :

a) Agregatul silicios cu procent ridicat de parte fină — peste 23 %, sort 0 ... 1 mm și volum redus de goluri, conferă amestecurilor valori ridicate ale lucrabilității și compactității și respectiv rezistențe mecanice ceva mai mari (curbele *III*, *V*, *VI*).

b) Agregatul mixt (nisip silicios + andezit de concasaj — curbele *III A* și *V A*), reduce sensibil lucrabilitatea betonului.

c) Procentul de rășină utilizat influențează lucrabilitatea betonului și rezistența la compresiune a acestuia ; rezistența la întindere indirectă este puțin sensibilă la creșterea procentului de rășină.

d) La 24 ore se pot obține valori ridicate ale rezistențelor mecanice pentru un procent mediu de rășină de 12% și anume : rezistența la compresiune de circa 700 daN/cm² și rezistența la întindere de circa 100 daN/cm², mult superioare rezistențelor corespunzătoare ale unui beton cu dozaj ridicat de ciment.

e) Se apreciază drept compoziții optime, care să poată fi utilizate în cazul cercetărilor definitive, compoziția nr. 8 cu procent minim de rășină (10%) și curba de granulozitate *III* precum și compoziția nr. 18 cu 12% rășină și curba de granulozitate *V*, deoarece aceste compoziții au o lucrabilitate satisfăcătoare și rezistențe mecanice suficient de ridicate, pentru procente de rășină mai reduse.

f) Decofrarea betoanelor cu rășină „Epoxit" se poate face la $1\frac{1}{2}...2$ ore după turnare.

4. Cercetări de laborator definitive

Apreciind drept compoziții optime betoanele nr. 8 și 18, s-a urmărit ca pe aceste două compoziții să se determine o serie de caracteristici ce pot condiționa domeniile de utilizare ale acestui material și anume: a) rezistențele mecanice, în diferite regimuri de păstrare și la diferite termene; b) influența combinată a umidității și temperaturii ridicate, asupra rezistențelor mecanice; c) contracția în timp; d) rezistența la șoc; e) aderența la beton vechi; f) aderența la armătură.

Tipurile de epruvete confecționate pentru determinarea caracteristicilor menționate sînt indicate în tabelul 4.

Tabelul 4

Tipuri de epruvete

Caracteristica de determinat	Tip epruvetă	Nr. epruvete la o încercare
Rezistența la compresiune	cub cu $l = 7{,}07$ cm	6
Rezistența la întindere indirectă	cub cu $l = 7{,}07$ cm	6
Contracția	prisme $4 \times 4 \times 16$ cm	3
Rezistența la șoc	plăci $7 \times 7 \times 4$ cm	6
Aderența la beton vechi	prisme $7 \times 7 \times 21$ cm	6
Aderența la armătură	prisme $14 \times 14 \times 18$ cm cu armătură centrală Ø 16	3

Toate epruvetele au fost turnate în trei straturi, compactarea betonului realizîndu-se prin intermediul unui mai metalic cu care s-au aplicat 20 lovituri pe fiecare strat.

Regimurile de păstrare ale betoanelor au fost alese astfel încît să urmărească modul de întărire a betoanelor în condiții de umiditate variabilă și anume: a) păstrare în condiții de umiditate normală (2 ore în tipar + n zile în condiții de laborator cu $U = 65\%$); b) păstrarea în condiții de umiditate 100% (2 ore în tipar + n zile în apă).

În afara acestor regimuri permanente o parte din epruvete au fost supuse temporar acțiunii temperaturii ridicate și unui tratament de îmbătrînire accelerată.

În tabelele 5 și 6 sînt indicate rezistențele mecanice ale betoanelor epoxidice la diferite termene și în condiții de păstrare diferite. Pentru comparație au fost indicate și valorile obținute pe betoane de marcă ridicată cu liant hidraulic.

Tabelul 5

Betoane cu rășină „Epoxit"; evoluția întăririi; rezistența la compresiune

Notația	% rășină în beton	Curba de granulozitate a agregatului	Rezistența la compresiune, [daN/cm²]							
			1 zi		7 zile		28 zile		56 zile	
			aer	apă	aer	apă	aer	apă	aer	apă
18	12	de carieră curba *V*	652	—	868	892	856	776	856	729
8	10	de carieră curba *III*	630	—	702	708	696	696	725	500
C	ciment 550 kg/m³	concasaj	—	417	—	652	887	—	—	—
C_1	ciment 650 kg/m³	concasaj + + rîu	—	462	—	758	918	—	—	—
C_2	ciment 660 kg/m³	concasaj	—	476	—	767	1 032	—	—	—

Tabelul 6

Betoane cu rășini „Epoxit"; evoluția întăririi; rezistența la tracțiune indirectă

Notația	% rășină în beton	Curba de granulozitate a agregatului	Rezistența la întindere indirectă, [daN/cm²]							
			1 zi		7 zile		28 zile		56 zile	
			aer	apă	aer	apă	aer	apă	aer	apă
18	12	de carieră curba *V*	110	—	115	114	11	101	112	102
8	10	de carieră curba *III*	106	—	94	95	103	98	110	103
C	ciment 550 kg/m³	andezit	—	—	—	—	57,5	—	—	—
C_1	ciment 650 kg/m³	andezit + nisip de carieră	—	—	—	—	65	—	—	—
C_2	ciment 650 kg/m³	andezit	—	—	—	—	—	—	—	—

Observație. Curbe de granulozitate:
fracțiunea 0 ...0,2 mm = 8% ... 6%
fracțiunea 0,2 ... 1 mm = 20% ... 17%
fracțiunea 1 ... 3,15 mm = 12% ... 10%
fracțiunea 5,15 ... 7,1 mm = 10% ... 17%
fracțiunea 7,1 ... 16 mm = 50% ... 50%

Din urmărirea datelor respective rezultă următoarele observații:

1. Dintre cele două compoziții de betoane considerate, compoziția nr. 18, cu procent mai ridicat de rășină, prezintă o lucrabilitate și compac-

titate superioare și în consecință rezistențe la compresiune ceva mai mari; în ceea ce privește valoarea rezistenței la întindere indirectă, nu apar diferențe sensibile între cele două compoziții de betoane.

2. În condiții de umiditate normală ($U = 65\%$):

a) Rezistența la compresiune la o zi atinge 630 ... 650 daN/cm²; după 7 zile nu se mai înregistrează creșteri de rezistență, deci valorile obținute la 7 zile pot fi apreciate ca rezistențe finale (725 ... 856 daN/cm²). La 28 zile rezistențele obținute pe compoziția optimă (nr. 18, cu 12% rășină în amestec corespunzător unui dozaj de 260 kg rășină/m³) sînt similare rezistențelor obținute pe betoane cu dozaj de 550 kg ciment/m³ și confecționate cu agregat de concasaj ($R_b = 887$ daN/cm²).

b) Rezistența la întindere indirectă atinge la o zi valoarea maximă de circa 110 daN/cm², nemaiînregistrîndu-se creșteri pînă la 56 zile; această valoare este de două ori mai mare decît cea obținută la betonul cu 550 kg ciment/m³.

3. În condiții de păstrare cu umiditate $U = 100\%$, în cazul compoziției apreciate ca optimă (nr. 18), după 28 și 56 zile de păstrare la apă se înregistrează scăderi ale rezistenței la compresiune de circa 15%; rezistența la întindere indirectă nu este practic afectată de acțiunea permanentă a apei și prezintă valori similare la diferite vîrste (1, 7, 28, 56 zile).

4.1. Influența temperaturii ridicate asupra rezistențelor mecanice ale betoanelor epoxidice

Cunoscînd din literatura și din studiile anterioare stabilitatea destul de redusă a rășinilor epoxidice supuse acțiunii mixte a temperaturii și umidității, s-au verificat și pe betoane aceste caracteristici. În acest scop, epruvetele în vîrstă de 28 zile au fost introduse timp de 6 ore în apă cu temperatura de + 80°C. Încercarea epruvetelor s-a efectuat în două moduri: a) după 30 min de la scoaterea probelor din apă; b) după 48 ore de la sistarea tratamentului respectiv.

Tabelul 7

Betoane cu rășină „Epoxit"; influența temperaturii ridicate asupra rezistențelor mecanice

Compoziția nr.	% rășină în beton	Curba de granulozitate a agregatului	Rezistența la compresiune daN/cm²			Rezistența la tracțiune indirectă, [daN/cm²]		
			28 zile aer	28 zile aer + 6 ore apă la 80°C		28 zile aer	28 zile aer + 6 ore apă la 80°C	
				încercare după 30 min	încercare după 48 ore		încercare după 30 min	încercare după 48 ore
18	12	*V*	856	350	882	111	45	108
8	10	*III*	697	237	540	103	36	80

Rezultatele obținute sînt indicate în tabelul 7 și din urmărirea lor se pot face următoarele observații:

Încercarea imediată (după 30 min) a probelor supuse acțiunii conjugate a umidității și temperaturii ridicate indică o slăbire temporară a rețelei tridimensionale rezultate în urma reticulării polimerului, ca urmare a tratamentului respectiv. Scăderile de rezistență obținute sînt foarte mari (60 ... 70%).

În cazul betoanelor supuse unei sarcini continue, acțiunea unei temperaturi ridicate are ca efect o curgere lentă foarte ridicată, ce conduce la restrîngerea domeniului de folosire a betonului epoxidic [2], [4].

4.2. Caracteristici fizico-mecanice

a) *Contracția.* Contracția betoanelor cu compozițiile nr. 18 și 8 a fost măsurată inițial la 24 ore de la turnare. La vîrsta de 14 zile s-a înregistrat o contracție de circa 0,4 mm/ml; după acest termen nu se mai observă o creștere a acestei valori, ceea ce indică o stabilizare a contracției încă de la 14 zile.

b) *Rezistența la șoc.* S-a determinat cu aparatul Föpl, obținîndu-se, la 28 zile, valori foarte ridicate, de circa 100 daN/cm², pentru ambele compoziții de betoane.

c) *Aderența la beton vechi.* Aderența betonului cu rășină „Epoxit" a fost determinată pe epruvete de dimensiuni $7 \times 7 \times 21$ cm, alcătuite în modul următor: epruvetele din beton de ciment de marcă B 500 la vîrsta de 21 zile au fost rupte la întindere indirectă obținîndu-se jumătate de prismă, completată apoi pînă la întregirea lor cu beton cu liant epoxidic (compozițiile nr. 18 și 8).

La termenele de 14, 28 și 56 zile de la completarea jumătăților de prismă cu beton epoxidic, pe epruvetele astfel alcătuite, din beton vechi și beton epoxidic, s-a stabilit aderența la smulgere dintre cele două betoane, prin determinarea forței de întindere.

Cu 24 ore înainte de efectuarea încercării, cele două suprafețe (una din beton obișnuit și cealaltă din beton epoxidic) ale capetelor prismelor au fost polizate și apoi pe aceste fețe s-au aplicat prin lipirea cu un chit epoxidic cîte o placă metalică cu dimensiunile $7 \times 7 \times 2$ cm. Plăcile metalice sînt prevăzute cu un orificiu central filetat în care se introduc șuruburi ale unor articulații sferice duble, care se fixează prin intermediul altor șuruburi în bacurile presei.

Rezultatele încercării de aderență la beton sînt indicate în tabelul 8. Ruperea epruvetelor s-a produs în zona de contact dintre cele două betoane.

Tabelul 8

Betoane cu rășină „Epoxit"; caracteristici fizico-mecanice

Compoziția nr.	Aderența la beton vechi, forța de întindere, [kgf/cm²]						Aderența la armătură după 28 zile kgf/cm²
	14 zile		28 zile		56 zile		
	aer	apă	aer	apă	aer	apă	
18	16	20	22,3	22,9	22,1	24,9	—
8	15	11	16,0	14,4	16,2	15,4	56,6

Valorile obținute indică, în general, o aderență foarte bună între betonul epoxidic și betonul de ciment.

5. Concluzii

Pe baza rezultatelor cercetărilor efectuate asupra betoanelor confecționate cu liant pe bază de rășină „Epoxit", se pot trage următoarele concluzii :

1. Prepararea betoanelor cu liant epoxidic se realizează manual, în cantități reduse (maximum 5 kg), folosind numai agregate uscate și spălate.

Betoanele respective se pot pune în lucrare în maximum 40 min de la prepararea lor ; întărirea se realizează în 1 ... 2 ore (în funcție de temperatura mediului), după care se poate efectua decofrarea.

2. Rezistențele mecanice ale betonului cu compoziția menționată mai sus ating practic valoarea maximă la 7 zile, după care se mențin constante și anume : 800 ... 900 daN/cm^2 pentru rezistența la compresiune ; 100 ... 120 daN/cm^2 pentru rezistența la întindere.

Se constată că rezistența la întindere reprezintă circa 1/8 din rezistența la compresiune, față de circa 1/14, raport obținut în cazul betoanelor de marcă ridicată, preparate cu ciment.

În cazul păstrării permanente în apă se înregistrează o reducere a rezistenței la compresiune de circa 15% ; rezistența la întindere nu suferă modificări în aceleași condiții.

3. Betonul epoxidic supus pe o perioadă scurtă acțiunii mixte a temperaturii și umidității ridicate sau numai temperaturii ridicate (circa 80°C), prezintă la încercarea imediată (înainte de răcire) scăderi de rezistență de circa 60%. După o menținere timp de 48 ore în condiții normale de temperatură și umiditate, rezistențele revin la valorile inițiale. Acest fenomen se datorește unei stabilități reduse a rășinilor epoxidice la temperaturi ridicate.

4. Tratamentul la îmbătrînire accelerată (25 cicluri) nu exercită nici o influență asupra structurii betonului. Probele respective vor fi verificate, în continuare, după 50 și 100 de cicluri de îmbătrînire.

5. Contracția betonului epoxidic atinge 0,4 mm/ml la vîrsta de 14 zile ; după aceea contracția apare ca stabilizată.

6. Aderența la beton obișnuit-vechi, apreciată prin determinarea rezistenței la întindere, pe epruvete confecționate din beton întărit (cu ciment) completat cu beton epoxidic, prezintă valori de 20 ... 25 daN/cm^2, valoare care atestă o aderență foarte bună.

Aderența la armătură variază între 50 și 60 daN/cm^2.

7. Deși betonul epoxidic prezintă caracteristici superioare betoanelor obișnuite, domeniul său de aplicare este restrîns datorită următoarelor cauze : a) prețul foarte ridicat al rășinii „Epoxit" (80 lei/kg) ; b) reducerea rezistențelor mecanice și curgerea lentă pronunțată sub influența temperaturii ridicate.

Aplicarea betoanelor epoxidice prezintă interes în cazul lucrărilor de volum redus la care sînt necesare : darea rapidă în exploatare, rezistențe superioare, durabilitate sub acțiunea unor condiții agresive (fizice și chimice) ale mediului, capacitate mare de deformare, permeabilitate redusă.

În acest domeniu pot fi considerate : îmbinări speciale, piese de reazem, articulații, straturi pentru asigurarea unor zone impermeabile rezistente la uzură sau reparații locale (obturări de infiltrații, remedieri la îmbrăcăminți rutiere).

Primită la 27 februarie 1979

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de căi de comunicații
și fundații

BIBLIOGRAFIE

1. Welch C.B., Carmichael A.J., Harttersley D.E., *Properties and Use of Resin Concretes.* Civil Eng. a Public Works Review, **45**, 759 (1962).
2. L'Hermite, *L'application des colles et résines dans la construction. Le béton à coffrage portant.* Ann. de l'Inst. techn. du bâtiment et des trav. publ., **10**, 355 (1967).
3. Genin G., *Les bétons résineaux.* Plastiques et Bâtiments, *73* (1962).
4. Brocard J., Cirodde R., *Propriétés fondamentales des bétons de résine.* RILEM, *37* (1969).
5. Cirodde R., *Contribution au choix d'un liant pour la confection des bétons de résine.* RILEM, *28* (1965).
6. Collet Y., *Les matières plastiques et le ciment.* RILEM, *28* (1965).
7. Pollet M., *Le béton à liant plastique polyester ou araldite et sa rentabilité.* RILEM, *28* (1965).
8. Okada K., *Resins for Concrete in Japan.* RILEM, *20* (1965).
9. Warren C., *Resin Bonded Concrete.* RILEM, *28* (1965).

ХАРАКТЕРИСТИКИ БЕТОНА С ЭПОКСИДНОЙ СМОЛОЙ

(Резюме)

В работе представленны полученые данные по поводу физико-механических характеристик бетона с эпоксидной смолой, полученые при лабораторных исследований ; также данные по оптимальных композиции состава бетона.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

IOAN DUMITRESCU

(1928—1978)

La 29 septembrie 1978 a încetat din viață conferențiarul universitar ing. Ioan D u m i t r e s c u, cadru didactic de prestigiu și inginer specialist în domeniul construcțiilor metalice.

S-a născut la 12 februarie 1928 la Sibiu ; a urmat școala primară la Tîrgoviște și liceul la Predeal.

Student eminent al Facultății de construcții din Iași, s-a dedicat cu toată ființa sa învățământului și școlii superioare ieșene de construcții, onorînd cu înaltă competență și măiestrie pedagogică calitățile de dascăl și de specialist de mare valoare, în domeniul construcțiilor, fiind cunoscut și recunoscut pentru experiența și realizările sale în Iași și în întreaga țară.

Concepînd instrucția și educația celor peste 28 de generații de studenți ai săi ca o înaltă obligație socială, deosebit de exigent cu el însuși, a consacrat întreaga sa viață profesiunii de slujitor al școlii, cu devotament și dăruire de sine, cu pasiune și meticulozitate, asigurînd cursuri, seminarii și proiecte de înalt nivel științific, de mare semnificație pentru practică și viață.

Înzestrat cu calitatea nobilă de pedagog cu un talent didactic apreciat a reușit în modul cel mai convingător să transmită studenților, metodic și sistematic, cu atenție și deosebită solicitudine, cunoștințe la disciplinele Clădiri, Construcții industriale, Poduri metalice și Construcții metalice.

Specialist de mare valoare în domeniul structurilor a îmbinat permanent activitatea la catedră cu cerințele producției, cu proiectarea, cu cercetarea științifică.

Între ultimele lucrări la care și-a adus contribuția sînt: Fabrica de rulmenți, Bîrlad, Teatrul Național „Vasile Alecsandri" din Iași, hala Niciman, Combinatul de utilaj greu, Iași, corpul A al Institutului politehnic din Iași etc.

A fost în mijlocul studenților pînă în ultimele clipe ale vieții sale, moartea surprinzîndu-l la catedră, acolo unde se aflau inima și viața sa.

Dragostea și atașamentul total față de școală, imaginea chipului său luminos și a sufletului său nobil și distins vor rămîne ca un simbol în patrimoniul spiritual al Facultății de construcții din Iași.

Colectivul disciplinei de construcții metalice

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 2–2, 1979
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

RECENZII

BOOK REVIEWS РЕЦЕНЗИИ

ALLEN L., FUNKE K., PERNRUD E., *Lättbetonghandboken.* Zetterquist Tryckeri, Göteborg, 1978.

Sous une forme très soignée, ce manuel de béton léger présente les dernières réalisations suédoises en matière de constructions civiles (logements, écoles, bâtiments de commerce) conformément aux procédés YTONG et SIPOREX. On peut remarquer le haut degré d'industrialisation, les nombreux détails constructifs et technologiques, la simplicité des solutions et de la mise en oeuvre, ainsi que l'isolation thermique très élevée des parois et des toitures. Dans son ensemble ce volume est une contribution de valeur à l'architecture moderne fondée sur l'utilisation des éléments légers en béton préfabriqué.

A. Radu

SCHOEN R., HIRSCHBERG A., WEINGART J., *New Energy Technologies for Buildings. Institutional Problems and Solutions.* Edited by Jane Stein, Ballinger Publishing Co., Cambridge, Mass.

C'est un livre concernant les problèmes de l'énergie dans les bâtiments et les changements qui pourront être réalisés, résultat de l'étude effectuée pour la Fondation Ford par les auteurs. Le lecteur trouvera dans ces pages une contribution de première importance pour la documentation des spécialistes en génie civil et des architectes qui, au début d'une époque marquée par des besoins énergétiques croissants et par le soin de protéger le milieu environnant, sont obligés de connaître un domaine tout à fait nouveau de problèmes.

Sous le titre de „solutions technologiques énergétiques nouvelles pour les bâtiments" les auteurs présentent : l'utilisation de l'énergie solaire, celle des systèmes à énergie totale ayant un rendement jusqu'à 80%, c'est-à dire deux ou trois fois supérieur à celui des centrales énergétiques traditionelles à combustible fossile et finalement les „fuel cells" qui transforment les gaz naturels en électricité par des processus chimiques. À partir du fait que le secteur locatif et commerciel utilisent à peu près 40% de l'énergie nationale primaire aux USA, il est démontré que les mesures prises par les constructeurs peuvent conduire à d'importantes économies de combustible et à la sauvegarde des ressources naturelles.

Conscients des nombreux problèmes à resoudre, les auteurs cosacrent une grande partie du livre aux mesures techniques, économiques et administratives qui sont nécessaires pour favoriser l'implantation des nouvelles techniques énergétiques dans le domaine des constructions.

On ne pourrait pas conclure sur ce livre sans en souligner la fine poésie, l'optimisme et l'esprit d'innovation qui en ressortent, ainsi que la qualité graphique de la présentation.

A. Radu

BAGUELIN F., JESEQUEL J.F., SHIELDS D.H., *The Pressuremeter and Foundation Engineering.* Trans. Tech. S.A. Aedemannsdorf, Switzerland, 1978, 617 pp.

The knowledge of soil properties not only based on laboratory tests but also on their behaviour in the field by mean of *in situ* test are of very great interest for the design and construction of foundations.

This book is the first to describe in detail the pressuremeter and how we can handle it in the *in situ* test.

Using the results of these tests, we are able to design in safe and economical solutions shallow and deep foundations. On this way we can in a relative short time determine the strength and the deformation properties of the foundation soil, and so predict its behaviour under the load.

The description of the equipment and the procedures for testing to follow, enable us to learn in a very clear way how to use the pressuremeter.

The succesfull results obtained by this method in the design of some thousands foundations show us that the method works.

It is the merit of the Trans. Tech. Publications to be the first who gave a complete description on this subject.

The readers will find in this book a comprehensive treatment of the various practical aspects and fundamental principles of the pressuremeter tests under a great variety of field conditions.

T. Silion

LAMA R.D., VUTUKURI V.S., *Handbook on Mechanical Properties of Rocks.* Vol. II, Trans. Tech. Publ. S.A., Aedemannsdorf, Switzerland, 1978, 481 pp.

The knowledge of the mechanical properties of rocks as well as material and geologic body is of the most interest for the civil engineer dealing with the construction of railways, roads and waterpower plants.

The initiative of the Trans. Tech. Publications to present a handbook on this subject covers the need of an overall view of the properties and the behaviour of the material and the geologic body, and the methods to determine it.

The great merit of the three authors is to present for engineers who are designing major structures in rock a very precious information colected from a widely scattered literature on this subject.

The book deals not only about the rock material but also of the behaviour of rock masses which are of greatest interest for designing and practicing engineers, and includes not only date but also test procedures and techniques.

The informations contained in these books will be very useful to solve many problems in relation with the safety and viability of construction work in rock.

The books are also useful for geologists, who together with the engineers have to solve many problems of rock mechanics.

We are waiting with greatest interest the publication of all the four volumes.

T. Silion

REGINALD HARDY H. G. Jr., LEIGHTON Fr. W., *Proceedings, First Conference on Acoustic Emission/Microseismic Activity in Geologic Structures and Materials.* Trans. Tech. S.A., Aedemannsdorf, Switzerland, 1977, 489 pp.

During the period June 9-11, 1975, the Rock Mechanics Laboratory, Department of Mineral Engineering, at the Pennsylvania State University sponsored the First Conference on Acoustic emission/microseismic activity in geologic structures and materials.

This new book published by the Trans. Tech. S.A. presents the ideas and experiences in the last years of various workers in the field of acoustic emission, microseimic activity in the geomechanics area.

It must be mentioned that this method enables us to study the deformation and the failure of geologic structures and materials.

The papers presented show us how the acoustic emission can be used in: stability problems of underground gas storage reservoirs, earth filled dams, slope stability, in earthquake mechanics, rock burst mechanics, in strata control, in hydrofracturing research and in fundamental behaviour of geologic materials.

The papers deal with a wide range of laboratory field and analytical aspects of acoustic emission/microseismic activity in the fields of mining, civil engineering, geology and geophysics.

T. Silion

WÖHLBIER R.H., (Edit.), *Stacking, Blending Reclaiming of Bulk Materials.* Trans. Tech. Publ. Aedermannsdorf, Switzerland, 1977, 865 pp.

This book, an impressive result of the joint effort of fortynine authors and the editor, makes a comprehensive survey of the various problems and aspects involved in planning and operating stacking, blending, reclaiming, loading and unloading operations of bulk material.

The spectacular increase of need for moving bulk materials requires such a compendium which covers the available equipment, its economical use and other problems regarding planning design and operating involved in this new and developing technology.

Each author has been selected for his particular knowledge of the subject. Some overlapping is inevitable in the preparation of a technical book in this way, therefore a certain amount of duplication had to be accepted, but where it occurs the differing standpoints of each contribution appear to be of great value and interest.

The fifty one chapters of the book have been organized into eight parts : I. Planning of Bulk Storage Yards ; II. Design Criteria for Stacker/Reclaimer ; III. Electrical Systems and Automatic Control ; IV. Blending and Homogenizing of Bulk Materials ; V. Coal Blending in Power Plants ; VI. Case Histories of Part Handling Facilities ; VII. Unloading of Ships and Barges ; VIII. Environmental Considerations.

As it can be seen, the interested people can find a great deal of valuable information reffering to : a general survey on the existing stacking blending and reclaiming equipment (the crawler and rail-mounted bucket wheel reclaimers and stacker/reclaimers, the trench-type wheel reclaimers, some different reclaiming scrapers) ; the main machine components (the bucket wheel, the gantry and support systems, the antifriction bearings, the conveyor belt) ; the electrical system and the automatic control possibilities ; the blending and homogenizing problems related to bulk handling (including the bed blending theory and some of the newest developments in the discussed field) ; a complete conception of port handling facilities presented as a typical example of the incorporation of a variety of technical skills to the unique solution of a common system design problem.

The contents of the compendium is completed by many representative case histories describing various planning and operating questions concerning the bulk handling systems in coal transshipping facilities, iron ore and phosphate shipping terminals, steel mill and cement plants.

Finally, a Reference List, at the end of the book gives the main technical data of almost one hundred different bucket wheel and scraper-type reclaimers, stackers and blending machines ; it may be of help to the planning and evaluation engineer.

The book is useful for the operating, planning, design and manufacturing engineers as well as for students that might become involved in the field of this important and increasing technology.

N. Ţăranu

LAREDO M., *Grands Bâtiments. Contreventements. Dynamiques des structures. Calcul automatique. Méthodes et Applications pratiques.* Editions Eyrolles, Paris, 1977, 536 pp.

Cet ouvrage, rédigé par Morgan L a r e d o, docteur ès sciences, professeur à l'École Nationale des Ponts et Chaussées, directeur scientifique de l'OMNIUM TECHNIQUE OTH, présente avec une remarquable clarté, qualité pédagogique et rigueur scientifique, l'étude des structures spécifiques au bâtiment, domaine où les calculs se font, habituellement, à partir des recettes et par des méthodes approchées, livrées d'une manière dispersée dans la littérature technique spécialisée.

Mais, le professeur M. L a r e d o ne présente pas dans son livre un recueil ou une monographie concernant les méthodes approchées utilisées dans le calcul des grandes structures des bâtiments ; il présente des méthodes pratiques, fondamentées par une étude approfondie de l'état de contrainte et déformation dans les structures des bâtiments sollicitées par des charges horizontales et verticales, ce que lui permet à arriver à des solutions assez rigoureuses et, souvent, assez simples.

Il s'agit, premièrement, d'un cours universitaire, développant complètement des notions nécessaires à l'apprentissage et à l'approfondissement de l'étude des structures, et en même temps, d'un ouvrage rédigé dans le but de l'utilisation par les ingénieurs des bureaux d'études et d'entreprises ayant, soit à concevoir une structure en avant-projet, soit à procéder aux études d'exécution pour le chantier.

L'ouvrage comprend trois parties à savoir :

La première partie, consacrée pour l'essentiel à la statique des contreventements ayant des configurations fréquemment rencontrées dans les bâtiments de grande hauteur, solicités par des forces horizontales.

Il s'agit de : contreventements par éléments ne comportant pas d'ouvertures ; contreventements de déformabilité non semblable ; étude des contreventements en modèle discontinu ; murs à files d'ouvertures ; calcul des noyaux de contreventement ; contreventement par façades ; problèmes.

La théorie des murs à files d'ouvertures est exposée en utilisant le critère du minimum de l'énergie potentielle et pour le calcul des noyaux de forme complexe sont utilisés les résultats de la théorie élaborée par V.Z. Vlassov.

La deuxième partie se réfère à la dynamique des structures, où après les rappels classiques concernant les vibrations libres et forcées des systèmes à un et plusieurs degrés de liberté, sont présentées deux méthodes de calcul approché des fréquences propres : la méthode de Rayleigh et celle de Stodola-Vianello. Égalemment, dans cette partie, on analyse le comportement des structures soumises aux forces séismique étudié du point de vue dynamique (analyse modale) et statique (force horizontale équivalente).

La troisième partie est dédiée au calcul des structures sur ordinateur, et contient les chapitres suivants : matrices de rigidité ; méthode des déplacements ; méthode des forces ; calcul par phases ; les grands programmes de calcul automatique.

Cet ouvrage, par son contenu, représente un outil précieux pour les étudiants, les ingénieurs des bureaux d'études et d'entreprises et pour tous les spécialistess qui s'occupent de la théorie des structures et ses application au domaine du bâtiment.

M. Diaconu

LORIN P.A., *Comportement des structures dans le domaine plastique.* Editions Eyrolles, Paris, 1978, 240 pp.

Cet ouvrage, rédigé avec une grande clarté et rigueur scientifique, par P.A. Lorin, ancien élève de l'École Polytechnique, ingénieur civil des mines, professeur au C.H.E.C., est consacré à l'étude du comportement des structures à barres ou à poutres dans le domaine plastique. L'auteur présente de très intéressants développements consacrés à l'adaptation plastique et un aperçu sur les méthodes de calcul des structures, en plasticité, dans le domaine de validité des calculs du premier ordre.

L'ouvrage contient les chapitres suivants : étude des déformations ; les conditions de plasticité ; plastification des éléments d'une structure réalisée à l'aide d'un matériel assimilable à un corps élasto-plastique ; adoptation d'une structure composée de barres et de poutres réalisées à l'aide d'un matériel élasto-plastique parfait ; potentiel élastique et travail de déformation plastique ; méthodes forfaitaires de calcul du coefficient de charge ultime ; aperçu sur les méthodes de calcul des structures en plasticité dans le domaine de validité des calculs du premier ordre ; un exemple simple traité en élasto-plastique et en rigide plastique.

Le livre analysé est destiné aux étudiants qui désirent à approfondir leur connaissances dans le domaine de la résistance des matériaux, aux ingénieurs des bureaux d'étude et des entreprises qui désirent à se perfectioner et même aux enseignants.

M. Diaconu

ABSI E., *Méthodes de calcul numérique en élasticité.* Editions Eyrolles, Paris, 1978, 192 pp.

Cet ouvrage, rédigé par E. Absi, lauréat de l'Académie des Sciences, délégué général scientifique du Centre expérimental de recherches et d'étude du Bâtiment et des Travaux Publics, professeur au Centre des Hauts Études de la Construction (C.H.E.C.), a pour objectif principal de rassembler diverses méthodes de calcul numérique utilisées à présent pour resoudre les problèmes de l'élasticité, de les comparer entre elles, pour mettre en évidence les notions de base qui les rélient.

Il s'agit des méthodes de calcul qui tiennent compte des récents développements de l'analyse numérique, dûs aux grandes possibilités offertes par l'utilisation de l'ordinateur : méthode de Ritz, méthode des différences finies, méthode des éléments finis et méthode basée sur la théorie des équivalences.

Toutes ces méthodes de calcul numérique utilisées en élasticité sont présentées par E. Absi, qui a acquis dans le domaine de l'analyse des structures une notoriété internationale, dans sa manière caractéristique, sans nombreux développements théoriques inutils pour la compréhension du texte, mais sans pour autant sacrifier la rigueur scientifique de la présentation.

La comparaison entre les résultats obtenus par diverses méthodes numériques et par l'étude experimentale sur modèle réduit, concernant quelques exemples pratiques, met en évidence d'une part une concordance assez bonne entre les résultats obtenus par différentes méthodes numériques et d'autre part, une concordance satisfaisante pour la pratique, entre les résultats théoriques et ceux expérimentaux.

Cet ouvrage s'adresse à tous ceux qui s'interessent à l'utilisation pratique de ces méthodes, qu'ils soient chercheurs ou ingénieurs d'études et il peut servir aussi comme guide aux débutants.

La lecture de ce livre requiert connaissances en théorie de l'élasticité, de calcul matriciel, polynômes d'interpolation, calcul variationel etc. En ce but, l'auteur présente dans les premiers deux chapitres un rappel de la théorie de l'élasticité et du calcul variationnel et dans les Annexes, quelques éléments de calcul matriciel et polynômes d'interpolation d' H e r m i t e.

Compte tenu de l'intérêt pratique que présente cet ouvrage, sa préparation a bénéficié de l'appui de l'UNESCO.

M. Diaconu

COWAN H.J., *The Master Builders. A History of Structural and Environmental Design from Ancient Egypte to the Nineteenth Century.* John Wiley a. Sons, New York, London, Sydney, Toronto, 1977, 299 pp.

Des éléments pour une histoire de l'art et des sciences du bâtiment, ce pourrait être un autre titre de ce premier volume que l'auteur, professeur à l'Université de Sydney, a consacré à l'évolution de la technique des constructions depuis ses débuts, en Egypte, jusqu'aux commencements de l'époque modèrne, au XIX-ème siècle. Mais il ne s'agit pas de la présentation habituelle dans les ouvrages consacrés à l'histoire de l'architecture, car le point de vue n'est pas celui d'un artiste mais celui d'un spécialiste des structures et des sciences de l'environnement qui se penche surtout sur les aspects techniques des constructions anciennes, assez peu connus jusqu'à présent. Le lecteur y trouve ainsi beaucoup de détails interessants et instructifs concernant l'évolution des structures, les fondements de l'architecture et la technologie du bâtiment en rapport avec les sciences de l'antiquité et du moyen-âge.

Notre époque est marquée par une rapide transformation du secteur des constructions. Aux moyens traditionnels qui résultaient d'une pratique séculaire par l'effet de laquelle étaient sélectionnés les meilleures solutions, on substitue à présent les méthodes industrielles qui bénéficient de l'apport constant de la recherche scientifique. Il est d'autant plus intéressant pour celui qui veut discerner l'évolution historique et les tendences d'en revenir aux sources. A cet effet, le livre de H. C o w a n est très utile. En même temps il est très agréable et plein de poésie. La concision du texte et l'excellente présentation graphique en font un livre de choix.

A. Radu

JALIL A.W. (avec la collaboration de Philippe A d e r). *Calcul pratique des Structures Exercices de résistance des matériaux avec leurs solutions.* Éditions Eyrolles, Paris, 1977, 272 pp.

Cet ouvrage, rédigé par Wolfgang A. J a l i l, ingénieur civil des ponts et chaussées, docteur ès sciences, directeur technique de la SOCOTEC pour le Moyen Orient, professeur à l'École Spéciale des Travaux Publics, avec la collaboration de Philippe A d e r, ingénieur E.T.P. — C.H.E.C., assistant à l'École Spéciale de Travaux Publics, représente un recueil de problèmes de résistance des matériaux avec leurs solutions.

Il s'adresse avant tout aux étudiants et aux jeunes ingénieurs stagiaires, ayant choisi la spécialité Génie Civil, qui doivent connaître non seulement les bases de la Résistance des matériaux, mais également quel est la réponse des structures élémentaires sous l'action des charges extérieures.

Cette formation, cette expérience on peut l'acquerir seulement par l'entraînement, en effectuant de calculs des structures simples et variées, celles que l'on trouve également dans le livre de Wolfgang A. J a l i l.

Les principaux chapitres de l'ouvrage sont les suivants : rappels de statique ; caractéristiques géométriques des sections ; éléments de la théorie des milieux continus ; théorie des poutres ; contraintes et déformations produites par les sollicitations ; déformation des poutres ; théorèmes généraux ; poutres droites hyperstatiques ; lignes d'influence ; méthodes de calcul des structures ; méthode des rotations ; méthode de H a r d y-C r o s s ; méthode des forces.

L'ouvrage est essentiellement orienté vers les calculs pratiques.

À chaque chapitre les auteurs, après un résumé synthétique des principaux résultats théoriques, présentent les applications pratiques entièrement traitées, accompagnées par des remarques permettant le choix des méthodes les mieux appropriées aux différents types de structures étudiées.

M. Diaconu

Nr. coli tipar 7

Tiparul executat sub cd. 135
la Intreprinderea poligrafică Iaşi
str. 7 Noiembrie nr. 49

1980 MAR 16

40822

F 1503/5

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXV (XXIX)

Fasc. 3—4

SECŢIA V CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1979

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXV (XXIX)

Fasc. 3 – 4

SECŢIA V CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1979

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. dr. doc. VAL. BLIDARU, prof. dr. doc. N. V. BOȚAN, prof. dr. ing. GH. CAȘLER, prof. dr. ing. M. GAFIȚANU (președinte), prof. dr. P. MÂLCOMETE, prof. dr. doc. D. MANGERON, prof. dr. ing. T. SILION, acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU, prof. dr. ing. I. VLAD

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

V. CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

Conf. dr. ing. H. ZAROJANU
Prof. dr. ing. A. RADU
Conf. arh. N. PORUMBESCU

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)
Conf. dr. ing. VICTOR-FLORIN POTERAȘU (secretar adjunct)
ECATERINA IRIMIEA (tehnoredactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXV (XXIX), Fasc. 3—4 1979

Secția V

CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

SUMAR

Pag

T. NAKAMURA (Japonia), Stadiul proiectărilor optime ale structurilor rectangulare regulate (engl., rez. rom.) 7

N. UNGUREANU și I. STRAT, Grinzi cu articulații pe mediu elastic (engl., rez. rom.) 15

C. POLIZZOTO (Italia), Tehnica limitării efectelor în teoria zguduirii (engl., rez. rom.) 21

V. FOCȘA și R. SARDINO, Stabilirea temperaturii aerului interior în condiții de regim termic nestaționar (rom., rez. franc.) 27

AL. NEGOIȚĂ, N. UNGUREANU, R. CIORNEI și M. BUDESCU, Analiza unor îmbinări la clădiri industriale din beton armat (engl., rez. rom.) . 35

I. GAVRILAȘ, Unele aspecte privind influența ventilării asupra umidității aerului din clădirile de locuit (rom., rez. franc.) 41

A. MIHUL, V. HOBJILĂ, FL. POTERAȘU și I. VLAD, Paraboloizi hiperbolici cu tirant diagonal de beton precomprimat (rom., rez. franc.) 51

N. FLOREA, L. GROLL și S. COROBCEANU, Metodologia de optimizare a proiectării grinzilor precomprimate în stadiul de cedare (rom., rez. franc.) 61

C. CAPATU, C. JANTEA, N. BENCHEA, R. MÜHLBÄCHER, FL. VARLAM, T. BROȘTEANU și G. AXINTE, Determinarea secțiunii nete pentru bare întinse slăbite prin găuri de nituri sau șuruburi (germ., rez. rom.) 69

I. BARBĂLATĂ, O metodă analitică de stereotriangulație în domeniul distanțelor finite (rom., rez. engl.) 75

GH. NISTOR, Evaluarea preciziei de determinare a deplasărilor verticale ale construcțiilor (rom., rez. rusă) 87

N. ȚĂRANU, M. BUDESCU și E. ASANDULUI, Proiectarea eficientă a panourilor sandviș din poliesteri armați cu fibră de sticlă și spumă poliuretanică rigidă (engl., rez. rom.) 95

H. ZAROJANU, Z. SALINIUC și I. GHIȚĂ, Ranforsarea unui sistem rutier existent cu mixtură asfaltică cu adaos de șlam metalurgic (rom., rez. franc.) 101

B. COSOSCHI, Zgurile siderurgice, materiale pentru construcția straturilor rutiere (II) (rom., rez. rusă) 105

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXV (XXIX), Fasc. 3–4 1979

Section V

CONSTRUCTIONS. ARCHITECTURE

CONTENTS

Pp.

T. NAKAMURA (Japan), A Review of Optimum Design of Regular Rectangular Frames (English, Romanian summary) 7

N. UNGUREANU and L. STRAT, Hinged Beams on Elastic Support (English, Romanian summary) 15

C. POLIZZOTTO (Italy), A Bounding Technique in Shakedown Theory (English, Romanian summary) 21

V. FOCŞA et R. SARDINO, Établissement de la température de l'air intérieur en régime thermique variable (Romanian, French summary) 27

AL. NEGOIŢĂ, N. UNGUREANU, R. CIORNEI and M. BUDESCU, Analysis of some Joints for Industrial Buildings of Reinforced Concrete (English, Romanian summary) 35

I. GAVRILAŞ, Quelques aspects concernant l'influence de la ventilation des logements sur l'humidité de l'air intérieur (Romanian, French summary) 41

A. MIHUL, V. HOBJILĂ, FL. POTERAŞU et I. VLAD, Paraboloïdes hyperboliques au tirant contre-braconé en béton précontraint (Romanian, French summary) 51

N. FLOREA, L. GROLL et S. COROBCEANU, Méthodologie concernant le calcul optimal des poutres précontraintes à l'état de rupture (Romanian, French summary) 61

C. CAPATU, C. JANTEA, N. BENCHEA, R. MÜHLBÄCHER, FL. VARLAM, T. BROŞTEANU und G. AXINTE, Bestimmung des maßgebenden Querschnittes für durch Niet- und Schraubenlöcher geschwächten Zugstäbe (German, Romanian summary) 69

I. BARBĂLATĂ, Analitycs without Camera or Station Parameters and without Absolute Controle (Romanian, English summary) 75

GH. NISTOR, Estimation de la précision du calcul des déplacements verticaux des constructions (Romanian, Russian summary) 87

N. ŢĂRANU, M. BUDESCU and E. ASANDULUI, Selection of the Layers Thickness for an Efficient Design of Composite Sandwich Panels Made of GRP Facings and Rigid Polyurethane Core (English, Romanian summary) 95

H. ZAROJANU, Z. SALINIUC et I. GHIŢĂ, Le renforcement d'un système routier par mixture asphaltique à additif de bourbe métallurgique (Romanian, French summary) 101

B. COSOŞCHI, Ferrous Mettallurgy Slags, Materials for Construction of Road Strata (II) (Romanian, Russian summary) 105

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСГОГО ИНСТИТУТА
Том XXV (XXIX), вып. 3—4 1979 г.

Секция V

СТРОИТЕЛЬСТВО. АРХИТЕКТУРА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Т. НАКАМУРА (Япония), Стадия оптимального проектирования прямоугольных регуярных сооружений (англ., рез. рум.) 7

Н. УНГУРЯНУ и Л. СТРАТ, Шарнирные балки на упругом основании (англ., рез. рум.) 15

К. ПОЛИЦЦОТТО (Италия), Техника предельных эффектов в теории встряски (англ., рез. рум.) 21

В. ФОКША и Р. САРДИНО, Определение температуры внутреннего воздуха в условии нестационарного термического режима (рум., рез. франц.) 27

АЛ. НЕГОИЦЭ, Н. УНГУРЯНУ, Р. ЧОРНЕЙ и М. БУДЕСКУ, Анализ некоторых соединений промышленных зданий на железобетоне (англ., рез. рум.) 34

И. ГАВРИЛАШ, Влияние аэрации на влажности воздуха жилищных зданий (рум., рез. франц.) 41

А. МИХУЛ, В. ХОБЖИЛЭ, Ф. ПОТЕРАШУ и И. ВЛАД, Гиперболический параболоид с диагональной затяжкой из предварительного напряженного бетона (рум., рез. франц.) 51

Н. ФЛОРЯ, Л. ГРОЛЛ и С. КОРОБЧАНУ, Методология для оптимизации проектирования предварительного напряженных балок в стадии разрыва (рум., рез. франц.) 61

К. КАПАТУ, К. ЖАНТЯ, Н. БЕНКЯ, Р. МЮЛБЕХЕР, Ф. ВАРЛАМ, Т. БРОШТЯНУ и Г. АКСИНТЕ, Определение полезного сечения для ослабленных растяженных брусов с заклепковыми или винтовыми отверстиями (нем., рез. рум.) 69

И. БАРБЭЛАТЭ, Способ аналитической фототриангуляции в области малых расстояний (рум., рез. англ.) 75

Г. НИСТОР, Оценка точности определения вертикальных смещений сооружений (рум., рез. русск.) 87

Н. ЦЭРАНУ, М. БУДЕСКУ и Е. АСАНДУЛУЙ, Эффективное проектирование сандвиш-щитов из полиэфиров, армированных стеклянными волокнами и жесткой полиуретановой пеной (англ., рез. рум.) . . 95

Х. ЗАРОЖАНУ, З. САЛИНЮК и И. ГИЦЭ, Усиление существующей дорожной системы с асфальтовой смесью с добовлением металлургического шлама (рум., рез. франц.) 101

Б. КОСОСКИЙ, Шлаки черной металлургии — материалы для построения дорожных слоев (II) (рум., рез. русск.) 105

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 624.04

A REVIEW OF OPTIMUM DESIGNS OF REGULAR RECTANGULAR FRAMES

BY

TSUNEYOSHI NAKAMURA

1. Introduction

The results achieved in the field of optimum structural design may be said to consist of two different phases or categories. Structural engineers have been concerned more with realistic mathematical models, practical computational techniques and practically applicable solutions, than with theoretical results. On the other hand, a large number of theoretical papers have been devoted to the derivation of optimality criteria. While an optimality criterion does clarify the fundamental properties that an optimal structure must satisfy, it does not immediately lead to any closed form solutions.

These two approaches i.e., numerical and analytical methods are mutually compensating for developing more rational and more practical methods of structural design. The present author has made an attempt to discover and proceed along an intermediate approach for a restricted class of problems. The author's attention has been confined to regular rectangular frames and *mostly* to its minimum weight plastic design. The present review will cover the author's fundamental idea useful for regular rectangular frames, its application to the derivation of some classes of closed form optimal solutions and its extensions to more practical complex problems.

2. Frame Moment For Regular Rectangular Frame

Fig. 1 shows a regular rectangular plane frame and one set of vertical and lateral design loads. The geometrical regularity in such a frame not only is reflected in design loads but also characterizes its structural behaviours and optimal plastic designs. In many practical design problems, the story shear resultant increases rapidly from the top floor toward lower stories as compared with the variation of vertical gravity loads. In those countries where frames must withstand against strong-motion earthquakes and strong gusts, *fairly large* lateral design loads are assigned. Under these circumstances, the first step of analytical treatment of a F o u l k e s type problem [1] is to assume an extremely deteriorated collapse mechanism shown in Fig. 2, in which *simple* plastic hinges have formed at almost all

the potentially critical sections except at the midspan sections of some particular bay(s) to be found as a part of the solution. Fig. 3 shows that the corresponding bending moment diagram at plastic collapse may be

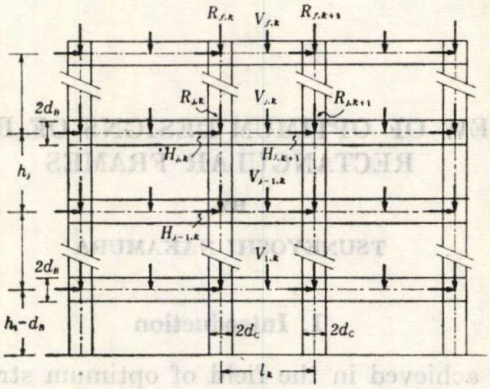


Fig. 1.—Regular rectangular plane frame subjected to one set of vertical and lateral design loads.

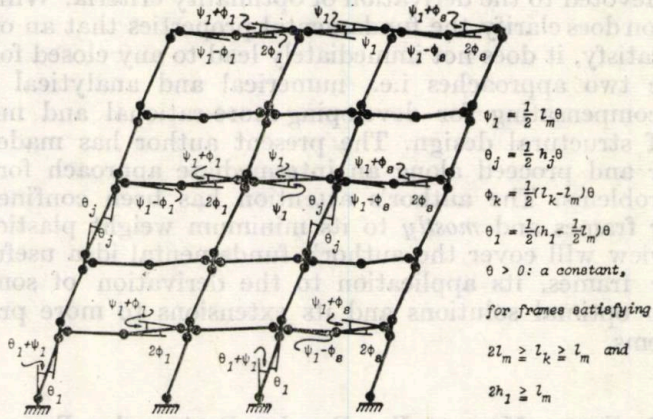


Fig. 2.—A Foulkes mechanism in the Tanabashi-Nakamura solutions.

conceived as the result of two-fold superpositions of decomposed diagrams. Each decomposed diagram is such that the moment equilibrium is maintained at the four corners with the same absolute value in the manner shown in Fig. 3. This equal corner moment associated with this elementary moment diagram is called a „frame moment" [2]. A restricted minimization may then be carried out analytically in terms of the frame moments, and some statical conditions are derived under which the assumed bending moment diagram corresponds indeed to a general solution. It is then shown that the Foulkes mechanism condition can also be satisfied for a class of frames satisfying two simple geometrical conditions as shown in Fig. 2.

A similar treatment of V i e r e n d e e l frames has also been fruitful and several closed form solutions have been derived in [3].

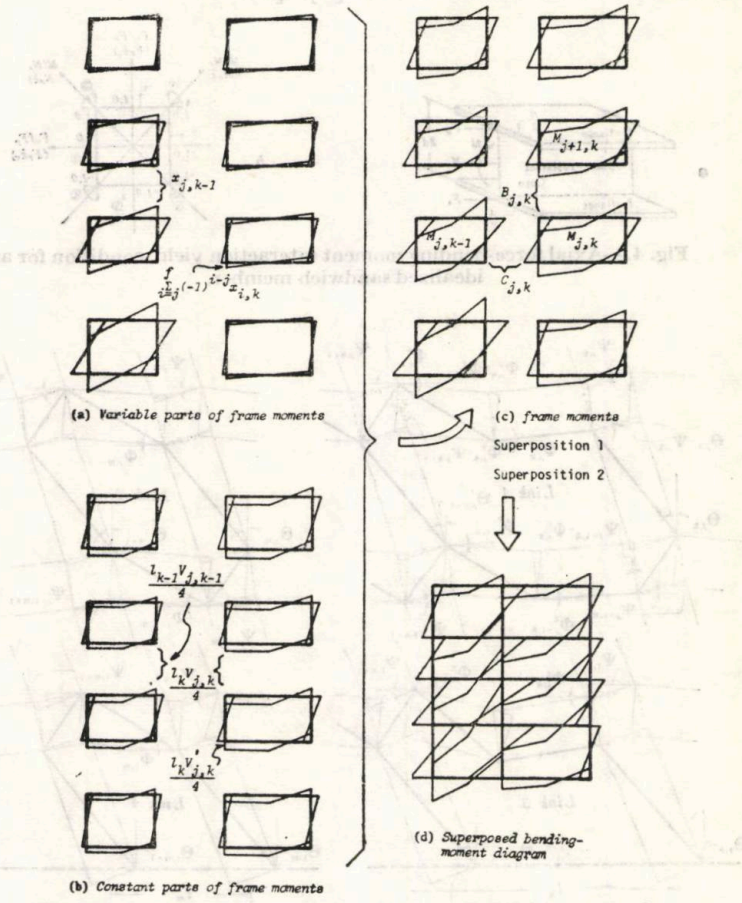


Fig. 3.—Frame moments and two-fold superposition procedure (Frame moment decomposition technique).

3. Axial Force-Bending Moment Interaction Yield Condition

A column in a building frame must be designed at least so as not to violate the axial force-bending moment interaction yield condition. While it would be easier to modify the afore-mentioned solutions for the effect of interaction conditions, it is also possible to derive closed form solutions analytically to the extended minimum weight design problem incorporating the interaction yield condition [4], [5].

Fig. 4 shows the interaction yield condition for an idealized sandwich member. Fig. 5 shows four different links in an overcomplete collapse mechanism which can be combined to form a modified F o u l k e s mechanism [4]. Again the solutions in [2] provides a powerful lead to the analytic-

al treatment of this problem, and the regularity in the frame geometry enables one again to derive the general solutions and the statical and geometrical conditions in closed forms [4], [5].

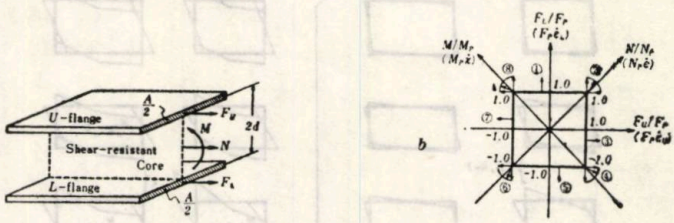


Fig. 4.—Axial force-bending moment interaction yield condition for an idealized sandwich member.

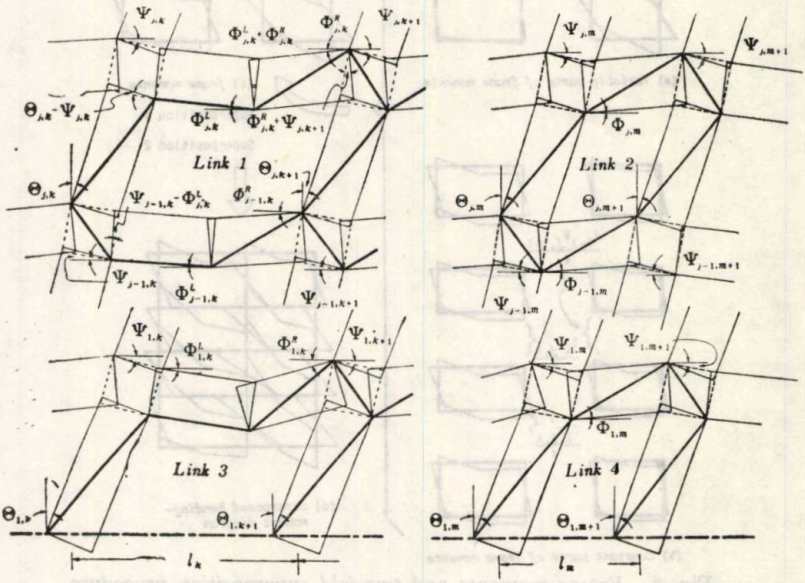


Fig. 5.—Four different links in an overcomplete collapse mechanism.

4. Reaction Constraints

The general solutions in [2] are applicable only if the foundations of a frame to be designed are sufficiently strong to support the theoretically applicable large pull-out and compressive forces at the column bases of the bay(s) with the minimum span length. For the F o u l k e s problem subject to reaction constraints, it has been proved in [6] that the classical F o u l k e s mechanism must be so modified as to include artificial settlements and/or upward displacements wherever the reactions attain the prescribed limiting values. A general successive rule has been derived in [6] for modifying the solutions in [2] so as to satisfy the reaction constraints.

This rule referred to as „bay shear distribution law" has been compactly expressed in terms of the enlarged and reduced span lengths defined in [6] and clarifies the general features of the design.

5. Multiple Loading Conditions

The class of closed form solutions derived for one set of practical design loads suggest us immediately to consider multiple loading conditions [7]. A typical problem is to design a multi-story multi-span frame for two

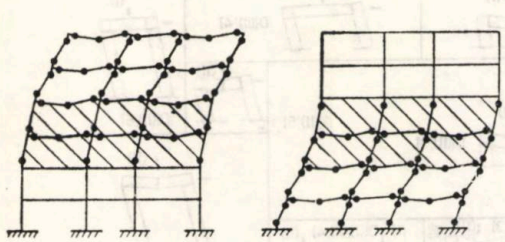


Fig. 6.—An example of the generalized Foulkes mechanism.

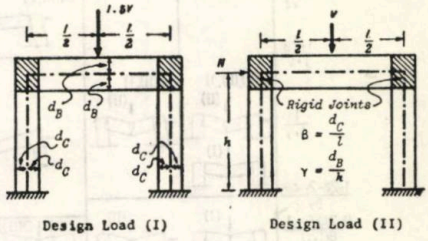


Fig. 7.—A portal frame to be designed for two sets of design loads.

different sets of lateral and vertical design loads based upon Foulkes theory [2]. It may readily be seen that this design problem of linear programming of a mixed type [8], [9] is such that a certain set of constraints are anticipated to be inactive due to the nature of the problem. This observation leads to a dual formulation involving a smaller number of dual variables and a greater number of equality constraints. This „kinematical restricted maximization procedure" [7] enables one to derive closed-form solutions to some classes of problems. Fig. 6 shows an example of the generalized Foulkes mechanisms.

6. Extensions

The successful developments described in §§ 3...5 lead naturally to an attempt of combining some of these theories and solutions. Fig. 7 shows a portal frame obeying an idealized interaction yield condition and subjected to two sets of design loads. Fig. 8 shows a fundamental design chart for this frame [10]. This chart together with the theory in [10] constitutes the foundation for a possible analytical attempt of incorporating the results of [4], [5] in [6], [7].

7. Significance of the Closed Form General Solutions

Through the developments summarized in §§ 2...6, an apparent pattern of successive extension and elaboration can be observed. The basic tool is the frame moment decomposition technique and its extensions. Each general solution to a simpler problem provides a basis for and a lead

to developing practically useful solutions to problems of more realistic formulations.

Furthermore, this observation not only indicates extensions of previous development but also suggests a possibility of taking advantage of the regularity characteristics in problems of other optimum design theory and of other frames. In fact, a similar but somewhat different superposition or overlapping procedure has been developed in [11] for the problem of minimum weight stiffness design of multi-story multi-span frames subject to deflection constraints only.

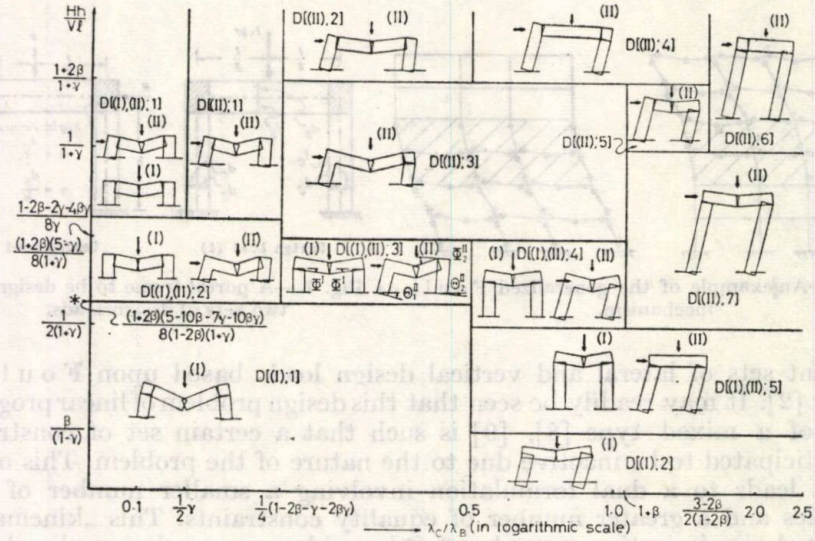


Fig. 8.—Design chart for a portal frame subjected to the two sets of design loads.

Once closed form solutions have been obtained, it is almost straightforward to compare various solutions for different values of the geometrical parameters involved. This variation of geometrical parameters not only is a sensitivity analysis but also leads to a shape optimization in the narrow sense of seeking for optimum span length combinations. Such an analysis has already been carried out in [12] to a certain extent and will be published elsewhere.

8. Load-Deflection Behaviour of Optimal Frames

For practical application, these solutions must first be modified for the effect of inelastic stability and member design requirements. The author and his colleagues have already clarified to a certain extent through numerical large-deflection analyses that minimum weight frames can indeed withstand against static alternating lateral loads [13] and strong-motion earthquake disturbances [14] and are not particularly imperfection sensitive [15]. The optimal 6-story 3-bay frame presented as an example

in [4] has been subjected to a sensitivity analysis in [15]. It has been shown in [15] that the elastic — plastic lateral load — deflection curves are not sensitive to slight perturbations in plastic moments and lateral load distributions.

Received, December 11, 1978

Kyoto University,
Kyoto, Japan

REFERENCES

1. Foulkes J., *The Minimum Weight Design of Structural Frames.* Proc. Royal Soc. London, Series A, **223**, 482—494 (1954).
2. Tanabashi R., Nakamura T., *The Minimum Weight Design of Tall Multistory Frames Subjected to Large Lateral Forces.* Trans. of Archit. Int. Japan, Part I, *118* (1965); Part II, *119*, 37—44 (1966). Also Proc. 15 th Japan National Congr. Appl. Mech., 72—81 (1965).
3. Yokoo Y. Nakamura, T., *The Minimum Weight Design of Vierendeel Frames.* Int. J. Solids Structures, **6**, 353—369 (1970).
4. Yokoo Y., Nakamura T., Keii M., *The Minimum Weight Design of Multistory Building Frames based upon the Axial Force-Bending Moment Interaction Yield Condition.* Proc. 1973 IUTAM Symp. *Optimization in Structural Design*, 497—517 (1975).
5. Yokoo Y., Nakamura T., Takenaka Y., *Effect of Column Axial Forces on Minimum Weight Plastic Designs of Multi-story Multi-span Frames.* Summaries of Technical Papers for 1976 Meeting of Archit. Inst. Japan, 853—854.
6. Nakamura T., Nagase T., *The Minimum Weight Design of Multi-story Multi-span Plane Frames Subject to Reaction Constraints.* J. Struct. Mech., **4**, *3*, 257—287 (1976).
7. Nakamura T., Nagase T., *Minimum Weight Plastic Design of Multi-story Plane Frames for Five Sets of Design Loads.* Preliminary Report of Tenth Congress of IABSE, 109—114 (1976).
8 Dantzig G.B., *Linear Programming and Extensions.* Princeton Univ. Press, 1963, 123—140.
9. Spivey W.A., Thrall R.M., *Linear Optimization.* Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1970, 304—314.
10. Yokoo Y., Nakamura T., Yamaji M., *Minimum Weight Plastic Design of Frames, for two Loading Conditions based upon Interaction Yield Condition.* Summaries of Technical Papers for 1976 Meeting of Archit. Inst. Japan, 857—858.
11. Yokoo Y., Nakamura T., Takenaka Y., *Optimum Stiffness Design of Multistory Multi-span Frames Subject to Deflection Constraints.* Summaries of Technical Papers for 1977 Meeting of Archit. Inst. Japan, 1 097—1 098.
12. Sakaguchi H., *Shape Optimization in the Minimum Weight Plastic Design of Multistory Multi-span Frames.* Thesis for B. Eng. submitted to Kyoto Univ. (in Japanese), 1976 (supervised by T. Nakamura).
13. Yokoo Y., Nakamura T., Ishida S., Nakamura T., *Cyclic Load—Deflection Curves of Multi-story Strain-hardening Frames Subjected to Dead and Repeated Alternating Loading.* Pre. Rep. IABSE Symp. Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well-defined Repeated Loads, Lisboa, 81—87 (1973).
14. Tanabashi R., Nakamura T., Ishida S., *Gravity Effect on the Catastrophic Dynamic Response of Strain-hardening Multi-story Frames.* Proc. 5th World Conferece Earthquake Engng., **2**, 2 140—2 151 (1973).
15. Ohta O., Nakamura T., Ishida S., *Collapse Behaviour and Imperfection Sensitivity of Mimimum Weight Plastic Frames.* Summaries of Technical Papers at 1974 Annual Meeting of Archit. Inst. Japan, 753—754.

STADIUL PROIECTĂRILOR OPTIME ALE STRUCTURILOR RECTANGULARE REGULATE

(Rezumat)

Se propune o *metodă intermediară* care unifică metodele analitice şi numerice cunoscute pînă acum, restrîngîndu-se la problema proiectării optime a structurilor rectangulare regulate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

D.C. 624.07;624.1

HINGED BEAMS ON ELASTIC SUPPORT

BY

N. UNGUREANU and LUCIAN STRAT

1. Introduction

The hinged beams continuously resting on an elastic support are sometimes encountered in practice. These structures are used especially in crane-tracks with pin-joined rails, in the case of crane lines carried out from large concrete slabs, supporting the rolling-tracks, at precast foundation members achieved from hinge-connected beams; this system is also useful in certain stages of a step-by-step analysis of elastically supported beams in the plastic range of behaviour, a.s.o.

The supporting medium may be the ground or any other structural members of the construction (Fig. 1 *a*). This support is assimiliated to a spring field carrying the beams, the well-known W i n k l e r's model (Fig. 1 *b*). The link between the beams and the support is from both sides. The applied forces are normal to the girder axes and their plane is a central plane of inertia for the beams.

The existence of hinged links is the reason of the discontinuities in the slope—deflection curves after the deflection. Bending moments in the intermediate hinges do not exist. These peculiarities are differentiating them compared with other linear systems on elastic support, thus involving some variations in the analytical process.

In what follows, with the aim to analyse these structural systems, (Fig. 1), the transfer matrix method extended in a specific way for these elements sometimes encountered in structural design, is used.

2. The Constitutive Transfer Matrices

The matrix of a continuous field for such elements supported on an elastic deformable medium is considered. In turn, this one may result or may not result from a transfer matrix product. The state vectors in two

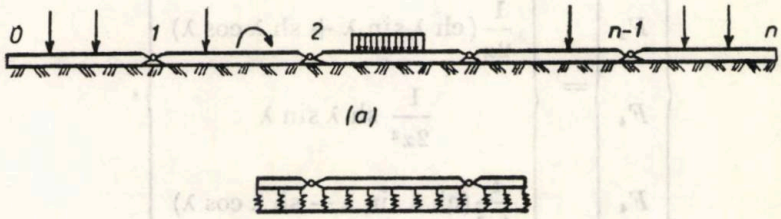


Fig. 1

consecutive hinges and the correspondence between them has to be considered; let be hinges i and $i+1$:

$$(1)\qquad \begin{Bmatrix} v \\ \theta \\ M \\ T \\ 1 \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} & t_{10} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} & t_{20} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} & t_{30} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} & t_{40} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ \theta \\ M \\ T \\ 1 \end{Bmatrix}_i,$$

in which v, θ, M, T are the displacement, the rotation, the bending moment and the shear force respectively, in the given section.

The free terms t_{j0}, $(j = 1, \ldots, 4)$, are non-existing if the external force on the segment i, $i + 1$ is missing. The relation (1) in a close form can be written as

$$(2)\qquad \{S\}_{i+1} = \{T\}_i^{i+1}\{S\}_i.$$

The transfer matrix $\{T\}_i^{i+1}$ over the field between two consecutive hinges has the form :

$$(3)\qquad [T] = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 & -\frac{1}{EI}F_3 & -\frac{1}{EI}F_4 & t_{10} \\ -\frac{k}{EI}F_4 & F_1 & -\frac{1}{EI}F_2 & -\frac{1}{EI}F_3 & t_{20} \\ kF_3 & kF_4 & F_1 & F_2 & t_{30} \\ kF_2 & kF_3 & -\frac{k}{EI}F_4 & F_1 & t_{40} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

in which :

$$(4)\qquad \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_4 \\ F_4 \end{Bmatrix}_{i,\,i+1} = \begin{Bmatrix} \operatorname{ch}\lambda\cos\lambda \\ \frac{1}{2\alpha}(\operatorname{ch}\lambda\sin\lambda + \operatorname{sh}\lambda\cos\lambda) \\ \frac{1}{2\alpha^2}\operatorname{sh}\lambda\sin\lambda \\ \frac{1}{4\alpha^3}(\operatorname{ch}\lambda\sin\lambda - \operatorname{sh}\lambda\cos\lambda) \end{Bmatrix}_{i,\,i+1},$$

where

$$\alpha^4 = \frac{k}{4EI}; \quad \lambda_{i,i+1} = \alpha l_{i,i+1}; \quad k = k'b,$$

and k' is the stiffness ratio of the soil, [N/cm^3]; b — the contact width of the beam to the soil; $l_{i,i+1}$ — the length of the beam segment between hinges i and $i+1$.

The elements t_{j0}, $(j = 1, \ldots, 4)$, for a lumped load P, repectively for a lumped bending moment M, applied on the segment $i \ldots i+1$ (Fig. 2 *a*) are

$$(5)\quad \begin{cases} t_{10} = \dfrac{P}{EI} F_4(\lambda_1),\ t_{20} = \dfrac{P}{EI} F_3(\lambda_1),\ t_{30} = -PF_2(\lambda_1),\ t_{40} = -PF_1(\lambda_1); \\ t_{10} = -\dfrac{M}{EI} F_3(\lambda_2),\ t_{20} = -\dfrac{M}{EI} F_2(\lambda_2),\ t_{30} = MF_1(\lambda_2),\ t_{40} = -\dfrac{k}{EI} F_4(\lambda_2), \end{cases}$$

where

$$(6)\quad \lambda_1 = \alpha(l_{i,i+1} - a),\ \lambda_2 = \alpha(l_{i,\,i+1} - b).$$

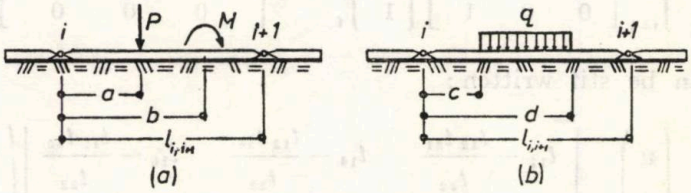


Fig. 2

For an uniformely distributed load (Fig. 2 *b*), the terms t_{j0}, $(j=1,\ldots,4)$, have the form:

$$(7)\quad \begin{cases} t_{10} = \dfrac{q}{k}[F_1(\lambda_3) - F_1(\lambda_4)],\ t_{20} = -\dfrac{q}{EI}[F_4(\lambda_3) - F_4(\lambda_4)], \\ t_{30} = q[F_3(\lambda_3) - F_3(\lambda_4)],\quad t_{40} = q[F_2(\lambda_3) - F_2(\lambda_4)], \end{cases}$$

where

$$\lambda_3 = \alpha(l_{i,\,i+1} - c),\ \lambda_4 = \alpha(l_{i,\,i+1} - d).$$

In the case of many simultaneous actions, the superposition of the effects is made. For any other type of loading, reference material is available [1], [2].

3. The Transfer Matrix for Chains of Hinged Beams

In the hinges i and $i+1$ bending moments are 0, therefore $M_i = 0$, $M_{i+1} = 0$. Consequently relation (1) yields:

$$t_{31}\, v_i + t_{32}\, \theta_i + t_{34}\, T_i + t_{30} = 0,$$

from where θ_i can be eliminated, namely:

$$(8)\quad \theta_i = -\frac{1}{t_{32}} \{t_{31} \quad t_{34} \quad t_{30}\} \{v_i \quad T_i \quad 1\}^T,$$

where $\{v_i \;\; T_i \;\; 1\}$ is a column vector, $\{v_i \;\; T_i \;\; 1\}^T$ having the transpose meaning being obviously a reduced state vector, denoted by $\{\mathcal{S}\}$. Taking into acount these statements, from (1) we can derive:

$$\begin{Bmatrix} v \\ T \\ 1 \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{14} & t_{10} \\ t_{41} & t_{44} & t_{40} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ T \\ 1 \end{Bmatrix}_i + \begin{Bmatrix} t_{12} \\ t_{42} \\ 0 \end{Bmatrix} \theta_0. \tag{9}$$

Replacing θ_i from (8) in relationships (9) we obtain:

$$\begin{Bmatrix} v \\ T \\ 1 \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{14} & t_{10} \\ t_{41} & t_{44} & t_{40} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ T \\ 1 \end{Bmatrix}_i - \frac{1}{t_{32}} \begin{bmatrix} t_{12}t_{31} & t_{12}t_{34} & t_{12}t_{30} \\ t_{42}t_{31} & t_{42}t_{34} & t_{42}t_{30} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ T \\ 1 \end{Bmatrix}_i, \tag{10}$$

which can be stil written:

$$\begin{Bmatrix} v \\ T \\ 1 \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{vmatrix} t_{11} - \dfrac{t_{12}\,t_{31}}{t_{32}} & t_{14} - \dfrac{t_{12}\,t_{34}}{t_{32}} & t_{10} - \dfrac{t_{12}\,t_{30}}{t_{32}} \\ t_{41} - \dfrac{t_{42}\,t_{31}}{t_{32}} & t_{44} - \dfrac{t_{42}\,t_{34}}{t_{32}} & t_{40} - \dfrac{t_{42}\,t_{30}}{t_{32}} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ T \\ 1 \end{Bmatrix}_i \tag{11}$$

or

$$\{\mathcal{S}\}_{i+1} = [\mathcal{T}]_i^{i+1} \{\mathcal{S}\}_i. \tag{12}$$

Relation (11), respectively (12), can be written for any beam segment between two consecutive hinges. If we begin from the left end, recurrence relations can be written as follows.

$$\begin{cases} \{\mathcal{S}\}_1 = [\mathcal{T}]_0^1 \{\mathcal{S}\}_0, \\ \{\mathcal{S}\}_2 = [\mathcal{T}]_1^2 \{\mathcal{S}\}_1 = [\mathcal{T}]_1^2 [\mathcal{T}]_0^1 \{\mathcal{S}\}_0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \{\mathcal{S}\}_{i+1} = [\mathcal{T}]_i^{i+1} [\mathcal{T}]_{i-1}^i \cdots [\mathcal{T}]_0^1 \{\mathcal{S}\}_0 = \prod_{k=i}^{1} [\mathcal{T}]_k^{k+1} \{\mathcal{S}\}_0. \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \{\mathcal{S}\}_n = \prod_{k=n}^{1} [\mathcal{T}]_k^{k+1} \{\mathcal{S}\}_0. \end{cases} \tag{13}$$

After performing the successive matrix products, we obtain:

$$\{\mathcal{S}\}_n = [A]_0^n \{\mathcal{S}\}_0 \tag{14}$$

or

$$\begin{Bmatrix} v \\ T \\ 1 \end{Bmatrix}_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{10} \\ a_{21} & a_{22} & a_{20} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ T \\ 1 \end{Bmatrix}_0 . \tag{15}$$

The constitutive elements of the modified state vector in the origin, $\{\mathcal{S}\}_0$, is determined from the supporting conditions of the systems at the extremities. For instance, when both ends are free and have no lumped loads (P, M), it results $T_0 = 0$ and $T_n = 0$. The last condition is written as :

$$a_{21} v_0 + a_{20} = 0, \tag{16}$$

from which v_0 has to be defined :

$$v_0 = \frac{-a_{20}}{a_{21}} . \tag{17}$$

We can consider the case when at the left support $T_0 = -P_0$, and the right one $T_n = P_n$; in this way the parameter v_0 results from the equation:

$$P_n = a_{21} v_0 - a_{22} P_0 + a_{20}. \tag{18}$$

When the beam is simple supported in the origin of the axes, then obviously $v_0 = 0$; from the confining conditions at the right end, $T_0 = 0$. We suppose that the right extremity can have following supports :

a) Simple supports ; from equation (15) one can write :

$$a_{12} T_0 + a_{10} = 0. \tag{19}$$

b) Free end, loaded by P_n ; therefore $T_n = P_n$, thus obtaining :

$$P_n = a_{22} T_0 + a_{20}. \tag{20}$$

In the case when the beam is restrained in the origin, the form of the transfer matrix changes ; in the field *0—1 :*

$$\{\mathcal{S}\}_1 = [\mathcal{T}^*]_0^1 \{\mathcal{S}\}_0, \tag{21}$$

where :

$$[\mathcal{T}^*]_0^1 = \begin{vmatrix} t_{11} - \frac{t_{13} t_{31}}{t_{33}} & t_{14} - \frac{t_{13} t_{34}}{t_{33}} & t_{10} - \frac{t_{13} t_{30}}{t_{33}} \\ t_{41} - \frac{t_{43} t_{31}}{t_{33}} & t_{44} - \frac{t_{43} t_{34}}{t_{33}} & t_{40} - \frac{t_{43} t_{30}}{t_{33}} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} . \tag{22}$$

For the other fields, the transfer matrices remain similar to those given by relation (11).

In the origin, $v_0 = 0$, the unknown being T_0, which will be defined like it has been shown above, when the right extremity is free or simply supported. For the case when the right extremity is clamped, the transfer

matrix changes its shape along the interval $(n-1, n)$ since θ_{n-1} is removed taking into acount condition $\theta_n = 0$, namely

$$\{\mathcal{S}\}_n = [\mathcal{T}^*]_{n-1}^n \{\mathcal{S}\}_{n-1}, \tag{23}$$

where

$$[\mathcal{T}^*]_{n-1}^n = \begin{bmatrix} t_{11} - \dfrac{t_{12}\,t_{21}}{t_{22}} & t_{14} - \dfrac{t_{12}\,t_{24}}{t_{22}} & t_{10} - \dfrac{t_{12}\,t_{20}}{t_{22}} \\ t_{41} - \dfrac{t_{42}\,t_{21}}{t_{22}} & t_{44} - \dfrac{t_{42}\,t_{24}}{t_{22}} & t_{40} - \dfrac{t_{42}\,t_{20}}{t_{22}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{24}$$

Finally, the unknown parameter in the origin is determined from the condition $v_n = 0$.

4. Conclusive Remarks

The developed procedure using transfer matrix analysis is simple enough; in this way can be obtained the displacements and the shear forces in the intermediate hinges ; by means of relationship (8) the rotations in the left extremity of every beam segment are also available. After this stage, one can easily undertake more in detail an analysis of every beam segment between two consecutive hinges. Based upon these results, steps can be made for the achievement of programming for automatic computational techniques.

This analytical procedure has been applied in the design of a set of prestressed concrete hinged beams used for the performance of a rolling track for a portal crane in a warehouse.

Received, November 2, 1979

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Structural Mechanics

REFERENCES

1. Courbon J., *Résistance des matériaux*. Dunod, Paris, 1965.
2. Hetenyi M., *Beams on Elastic Foundation*. Univ. of Michigan Press, Ann Arbor, Mich., 1964.
3. Lacroix R., *La méthode des matrices-transfert*. Ann. de l'ITBTP, *2* (1967).
4. Calgaro J.A., Gery P.M., *Les matrices-transfert dans le calcul des structures*. Eyrolles, Paris, 1973.
5. Hénin M., *Calcul statique des systèmes de contreventement tridimensionnels irréguliers par la méthode des matrices-transfert*. Ann. de l'ITBTP, *358* (1978).

GRINZI CU ARTICULAŢII PE MEDIU ELASTIC

(Rezumat)

Grinzile cu articulaţii rezemate pe mediu elastic se utilizează uneori în practica construcţiilor. Adoptînd un mediu de rezemare winklerian, se expune un procedeu de calcul al acestor sisteme folosind metoda matricelor de transfer ; se consideră vectorii de stare din două articulaţii succesive ale căror componente se determină din condiţiile de rezemare ale sistemului. Tehnica de calcul expusă s-a folosit la proiectarea unor lanţuri de grinzi articulate din beton armat precomprimat care au intrat în alcătuirea unei căi de rulare deservind macarale portal.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 624.04

A BOUNDING TECHNIQUE IN SHAKEDOWN THEORY

BY

C. POLIZZOTTO

1. Introduction and Fundamentals

Elastic—plastic structures subjected to variable external actions, though being able to adapt to these actions by eventually shaking down to a purely elastic state, can however suffer dangers from excessive plastic deformation with respect to some serviceability and/or fatigue requirements. Evaluating or at least bounding the maximum values of some post-shakedown deformation parameters is therefore necessary for the assessment of the structural safety. The present paper concerns a bounding technique recently given by the author [1] ... [3] and considers continuous bodies which have a piecewise linear yield surface and show piecewise linear workhardening behaviour. The external actions, which consist of surface tractions T_i on the part S_1 of the surface S, body forces F_i, imposed displacements U_i on $S_2 = S - S_1$ and imposed strains θ_{ij} (for instance, of thermal origin), are to be considered as functions of some vector parameter τ_q, $(q = 1,2, ..., r)$, ranging within a given domain π. The real loading history, $\tau_q = \tau_q(t)$, is unknown. Displacements are infinitesimal. At every time $t \geqslant 0$ the stresses, σ_{ij}, and the strains, $\varepsilon_{ij} = e_{ij} + \rho_{ij} + \theta_{ij}$, must satisfy, besides the equilibrium and compatibility conditions, also the constitutive equations, which consist of H o o k e's law for the elastic strain, e_{ij}, and the usual flow-rule for the plastic strain rate, $\dot{p}_{ij}$, i.e.

$$e_{ij} = A_{ijhk}\,\sigma_{hk}, \tag{1}$$

$$\dot{p}_{ij} = N_{\alpha ij}\,\dot{\lambda}_\alpha,\ \varphi_\alpha \leqslant 0,\ \dot{\lambda}_\alpha \geqslant 0,\ \varphi_\alpha \dot{\lambda}_\alpha = \dot{\varphi}_\alpha \dot{\lambda}_\alpha = 0, \tag{2 a...e}$$

where A_{ijhk} is the tensor of the elastic coefficients and φ_α, $(\alpha = 1, 2, ..., m)$, is the vector of the plastic potentials, defined as in the following

$$\varphi_\alpha = N_{\alpha ij}\,\sigma_{ij} - H_{\alpha\beta}\,\lambda_\beta - y_\alpha, \quad (\alpha = 1, 2, ..., m). \tag{3}$$

The yield domain, defined by the m simultaneous inequalities $\varphi_\alpha \leqslant 0$, is a polyhedron of m faces having external unit normals which are described by the constant tensor $N_{\alpha ij}$, and distances from the origin described by the positive vector y_α. The symmetric and positive semidefinite matrix $H_{\alpha\beta}$ accounts for the workhardening behaviour of the material [4]. As the shakedown criterion we assume the boundness of the plastic strain intensity vector λ_α as $t \to \infty$.

2. A General Inequality and Bounds

Now let us consider a body like the one above, but elastic-perfectly plastic. The yield polyhedron differs from the true virgin one only because its faces have now distances from the origin given by

$$\tilde{y}_\alpha = y_\alpha + H_{\alpha\beta}\,\lambda^*_\beta - y'_\alpha, \tag{4}$$

where $\lambda^*_\beta \geqslant 0$ defines an initial plastic strain field, $p^*_{ij} = N_{\alpha ij}\,\lambda^*_\alpha$, and y'_α is a perturbance vector. λ^*_α and y'_α must only satisfy the requirement that the stress field $\tilde{\sigma}_{ij} = \sigma^E_{ij} + \sigma^*_{ij}$, which is the sum of the elastic responses to the applied actions and to p^*_{ij} respectively, be statically admissible everywhere in the volume V, i.e.

$$\tilde{\varphi}_\alpha = N_{\alpha ij}\,\tilde{\sigma}_{ij} - \tilde{y}_\alpha \leqslant 0. \tag{5}$$

Then, from the inequality $(\tilde{\varphi}_\alpha - \varphi_\alpha)\dot{\lambda}_\alpha \leqslant 0$, using Eqs. (3) ... (5), we deduce

$$(\tilde{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij})\dot{p}_{ij} + H_{\alpha\beta}\,(\lambda_\beta - \lambda^*_\beta)\dot{\lambda}_\alpha + y'_\alpha\dot{\lambda}_\alpha \leqslant 0 \tag{6}$$

which, through the equality

$$p_{ij} = \varepsilon_{ij} - \tilde{\varepsilon}_{ij} + A_{ijhk}\,(\tilde{\sigma}_{hk} - \sigma_{hk}) + p^*_{ij}, \tag{7}$$

integrating over the volume V and applying the virtual work principle yields the general inequality

$$\dot{B} \leqslant -\int_V y'_\alpha\,\dot{\lambda}_\alpha\,\mathrm{d}V, \tag{8}$$

where B is the functional

$$B = \frac{1}{2}\int_V A_{ijhk}\,(\sigma_{ij} - \tilde{\sigma}_{ij})\,(\sigma_{hk} - \tilde{\sigma}_{hk})\,\mathrm{d}V + \frac{1}{2}\int_V H_{\alpha\beta}\,(\lambda_\alpha - \lambda^*_\alpha)\,(\lambda_\beta - \lambda^*_\beta)\,\mathrm{d}V. \tag{9}$$

From inequality (8), which holds for any y'_α satisfying Eqs. (4) and (5) as well as for any $t \geqslant 0$, we can deduce shakedown criteria or bounds on deformation parameters by simply specializing the perturbance vector y'_α. Limiting ourselves to the second case, let us integrate Eq. (8) over the time interval $(0, t_1)$. Since $\lambda_\alpha(0) = 0$, we write out

$$\int_V y'_\alpha\,\lambda_\alpha(t_1)\,\mathrm{d}V \leqslant B(0) - B(t_1) \leqslant B(0),$$

where, as $\tilde{\sigma}_{ij}(0) = \sigma^E_{ij}(0) + \sigma^*_{ij} = \sigma^*_{ij}$ then $B(0)$ reduces to

$$B(0) = \frac{1}{2}\int_V A_{ijhk}\,\sigma^*_{ij}\,\sigma^*_{hk}\,\mathrm{d}V + \frac{1}{2}\int_V H_{\alpha\beta}\,\lambda^*_\alpha\,\lambda^*_\beta\,\mathrm{d}V. \tag{11}$$

a) If we take $y'_\alpha = \bar{y}_\alpha \omega$, $\bar{y}_\alpha$ being a given vector field and $\omega > 0$, the perturbance consists of a nonuniform shrinkage of the yield polyhedron. Then, Eq. (10) gives

$$\int_V \bar{y}_\alpha \lambda_\alpha (t_1) \, dV \leqslant \frac{1}{\omega} B(0), \tag{12}$$

which is a bound on the plastic strain intensity vector at any $t_1 \geqslant 0$. Bounds like (12) have so far been obtained by the so-called „direct" method [5].

b) If in case a) we take $\bar{y}_\alpha = N_{\alpha ij} \bar{\sigma}_{ij}$, $\bar{\sigma}_{ij}$ being an arbitrary stress field, the perturbance consists of a rigid translation of the yield polyhedron, measured by $-\bar{\sigma}_{ij}$. Then, Eq. (19) yields

$$\int_V \bar{\sigma}_{ij} p_{ij} (t_1) \, dV \leqslant \frac{1}{\omega} B(0), \tag{13}$$

which is a bound on the plastic strain at any $t_1 \geqslant 0$.

c) Finally, if in case b) $\bar{\sigma}_{ij}$ is the elastic solution for some arbitrary external force system, for instance some surface tractions $\bar{T}_i$, then, using Eq. (7) and recalling that $\tilde{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon^E_{ij} + \varepsilon^*_{ij}$ and $\varepsilon^*_{ij} = e^*_{ij} + p^*_{ij}$, inequality (13) transforms into

$$\int_{S_1} \bar{T}_i \, u^P_i (t_1) \, dS \leqslant \frac{1}{\omega} B(0), \tag{14}$$

which is a bound on the residual displacement $u^P_i = u_i - u^E_i$ at any $t_1 \geqslant 0$. This kind of bound is obtainable also by the so-called „dummy load" method [6].

d) A bound on the (total) displacement $u_i(t_1)$ is deduced by writing out the inequality

$$\int_{S_1} \bar{T}_i \, u_i (t_1) \, dS \leqslant \frac{1}{\omega} B(0) + \max_{\tau_q \in \Pi} \int_{S_1} \bar{T}_i \, u^E_i (\tau_q) \, dS, \tag{15}$$

where the maximum operation is to be performed by considering all the possible loading conditions.

3. Holonomic Formulation

All the above bounds can be forced to be the most stringent by minimizing $\omega^{-1} B(0)$ subject to (4) and (5). Thus, we write out the following convex minimization problem:

$$\min \Phi = \frac{1}{\omega} \left(\frac{1}{2} \int_V A_{ijhk} \rho_{ij} \rho_{hk} \, dV + \frac{1}{2} \int_V H_{\alpha\beta} \mu_\alpha \mu_\beta \, dV \right) \tag{16 a}$$

subject to $\omega > 0$, $\mu_\alpha \geqslant 0$ and

(16 b, c) $$\rho_{ij,j} = 0 \text{ in } V; \quad \rho_{ij} n_j = 0 \text{ on } S_1;$$

(16 d) $$N_{\alpha ij}\,\rho_{ij} - H_{\alpha\beta}\,\mu_\beta + N_{\alpha ij}\,\sigma^E_{ij}(\tau_q) - y_\alpha + \omega\bar{y}_\alpha \leqslant 0 \text{ in } V + \Pi.$$

The set of optimality conditions proves to be (we refer to [1], [2] for details):

(17 a, b) $$\rho_{ij,j} = 0 \text{ in } V; \quad \rho_{ij} n_j = 0 \text{ on } S_1;$$

(18 a, b) $$\frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i}) = A_{ijhk}\,\rho_{hk} + q_{ij} \text{ in } V; \quad v_i = 0 \text{ on } S_2;$$

(19 a ... d) $$\left.\begin{array}{l} \psi_\alpha = N_{\alpha ij}\,\rho_{ij} - H_{\alpha\beta}\,\mu_\beta + N_{\alpha ij}\,\sigma^E_{ij}(\tau_q) - y_\alpha + \omega\bar{y}_\alpha \\ \psi_\alpha \leqslant 0, \quad l_\alpha \geqslant 0, \quad \psi_\alpha\, l_\alpha = 0; \end{array}\right\} \text{in } V + \Pi;$$

(20 a, b) $$q_{ij} = N_{\alpha ij}\,\mu_\alpha, \quad \mu_\alpha = \int_\Pi l_\alpha \,\mathrm{d}\Pi \text{ in } V; \qquad (21) \quad \int_V \bar{y}_\alpha\,\mu_\alpha \,\mathrm{d}V = \Phi,$$

where v_i and l_α are Lagrangian variables which have obvious meanings. All these equations describe a physical problem which can be considered as the holonomic version of the original shakedown problem suitably perturbed, and the problem (16 a ... d) constitutes the associated minimum principle, which proves to be similar to the one of Haar-Kármán. We can obviously write out the equalities

(22 a ... d) $$\sigma^*_{ij} = \rho_{ij}, \quad \lambda^*_\alpha = \mu_\alpha, \quad u^*_i = v_i, \quad \omega\Phi = B(0).$$

Thus, any feasible solution to (16 a ... d) furnishes a bound, while the most stringent bound is given by the complete solution.

4. Local Formulation of the Bounds

Eqs. (21) and (22 d) permit the bounds (12) ... (15) to be given a different expression, i.e., respectively

(23) $$\int_V \bar{y}_\alpha\,\lambda_\alpha(t_1)\,\mathrm{d}V \leqslant \int_V \bar{y}_\alpha\,\mu_\alpha\,\mathrm{d}V,$$

(24) $$\int_V \bar{\sigma}_{ij}\,p_{ij}(t_1)\,\mathrm{d}V \leqslant \int_V \bar{\sigma}_{ij}\,q_{ij}\,\mathrm{d}V, \qquad (25) \quad \int_{S_1} \overline{T}_i\,u^P_i(t_1)\,\mathrm{d}S' \leqslant \int_{S_1} \overline{T}_i\,v_i\,\mathrm{d}S,$$

(26) $$\int_{S_1} \overline{T}_i\,u_i(t_1)\,\mathrm{d}S \leqslant \int_{S_1} \overline{T}_i\,v_i\,\mathrm{d}S + \max_\Pi \int_{S_1} \overline{T}_i\,u^E_i(\tau_q)\,\mathrm{d}S.$$

From these we deduce the following „local" expressions of the bounds:

a) If $\bar{y}_\alpha$ is supposed to be everywhere zero except in the volume element ΔV, surrounding some point C, and in this volume element $\bar{y}_\alpha > 0$ for a given α and $\bar{y}_\beta = 0$ for every $\beta \neq \alpha$, then, as $\Delta V \to 0$, we have, instead of (12),

(27) $$\lambda_\alpha(t_1) \leqslant \mu_\alpha \text{, at the point } C.$$

The perturbance necessary to obtain this kind of bound is a simple inward translation of the face of the yield polyhedron, which is associated to the α-th yielding mode at the point C.

b) If in Eq. (24) we suppose that $\bar{\sigma}_{ij}$ is everywhere zero except in the volume element ΔV, enclosing some point C, and in this volume element $\bar{\sigma}_{ij} = \pm 1$ for a given couple (i, j) and $\bar{\sigma}_{hk} = 0$ for every couple $(h, k) \neq (i, j)$, then, as $\Delta V \to 0$, we deduce in substitution of (13) the following two-side bound :

(28) $$q_{ij}^- \leqslant p_{ij}(t_1) \leqslant q_{ij}^+, \quad \text{at the point } C,$$

where q_{ij}^- and q_{ij}^+ are the holonomic plastic strains corresponding to the perturbances $\bar{\sigma}_{ij} = -1$ and $\bar{\sigma}_{ij} = +1$ respectively. To obtain this kind of bound, the perturbances to apply are mere translations of the whole yield polyhedron at the point C in the (i, j) - direction.

c) Let us suppose that $\bar{T}_i$ is everywhere zero on S_1, except on the surface element ΔS, enclosing some point C of S_1, and in this surface element $\bar{T}_i = \pm 1$ for a given i, and $\bar{T}_j = 0$ for every $j \neq i$, then, as $\Delta S \to 0$, we obtain the following two-sided bound :

(29) $$v_i^- \leqslant u_i^P(t_1) \leqslant v_i^+, \quad \text{at the point } C,$$

where v_i^- and v_i^+ are the holonomic displacements corresponding to $\bar{T}_i = -1$ and $\bar{T}_i = +1$ respectively. It is worth observing that the elastic responses to the perturbances $\bar{T}_i = \pm 1$ may be singular at C : in this case the bounded displacement in Eq. (29) is to be interpreted as a suitable mean value within the surface element ΔS.

d) Operating on Eq. (26) as in case c), we write out :

(30) $$v_i^- + \max_{\tau_q \in \Pi} u_i^E(\tau_q) \leqslant u_i(t_1) \leqslant v_i^+ + \max_{\tau_q \in \Pi} u_i^E(\tau_q),$$

and the remark about singularities made in case b) is to be repeated here

5. Variational Formulations

Two variational statements can be phrased. The first regards the ability of the structure to adapt to the given loads :

The structure adapts to the given loads if and only if the minimum principle (16 a ... d) has feasible solutions for zero or nonnegative disturbances $\bar{y}_\alpha$ $(\omega = 1)$. In fact, when such a solution exists, the conditions required by M e l a n's theorem are satisfied. The second statement regards the bound optimality. It is :

Any feasible solution to the minimum principle (16 a ... d) furnishes a bound on deformation parameters, while the most stringent bound corresponds to the complete solution.

6. Conclusions and Extensions

On the basis of a perturbation method [1], [2] in which the yield surface is suitably modified, a general inequality is deduced in the framework of shakedown theory, in the hypothesis of quasi-static loads and piecewise linear yield surface and workhardening. This inequality is used for obtaining bounds on post-shakedown deformation parameters (plastic strain intensity, plastic strain, residual and total displacement). The bounds can be optimized by solving a „finite" plasticity problem, which is the holonomic version of the original shakedown problem suitably perturbed. The holonomic solution permits the bounds to be expressed in a „local" form. The present method has been extended to rigid-plastic structures [3]. Extensions to the dynamic case will be considered later. Numerical experiments are in progress.

Received, March 27, 1979 *University of Palermo, Italy*

REFERENCES

1. Polizzotto C., *A Unified Approach to Quasi-static Shakedown Problems for Elastic-plastic Solids with Piecewise Linear Yield Surface.* Tech. Rep. SISTAR-78-*OMS-1*, Facoltà di Architettura di Palermo (1978) and Meccanica (submitted to).
2. Polizzotto C., *Upper Bounds on Plastic Strains for Elastic-perfectly Plastic Solids Subjected to Cyclic Loads.* Tech. Rep. SISTAR-*78-OMS-5*, Facoltà di Architettura di Palermo (1978).
3. Polizzotto C., *On Workhardening Adaptation of Discrete Structures under Dynamic Loadings.* Tech. Rep. SISTAR-*78-OMS-6*, Facoltà di Architettura di Palermo (1978).
4. Maier G., *Linear Flow-laws of Elasto-plasticity: A Unified General Approach.* Rend. Acc. N. Lincei, Cl. Sci. fis. mat. nat., S. VIII, XLVII, *5*, 266—277 (1969).
5. Vitiello E., *Upper Bounds to Plastic Strains in Shakedown of Structures Subjected to Cyclic Loads.* Meccanica, XIII, *3*, 205—213 (1972).
6. Ponter A.R.S., *An Upper Bound on the Displacements of Elastic, Perfectly Plastic Structures.* J. Appl. Mech., *39*, 959—963 (1972).

TEHNICA LIMITĂRII EFECTELOR ÎN TEORIA ZGUDUIRII

(Rezumat)

Pe baza unei metode de perturbaţie expusă în lucrările [1], [2], se deduce, în anumite ipoteze, o inegalitate generală din cadrul teoriei zguduirii. Această inegalitate este folosită apoi pentru obţinerea limitelor parametrilor de deformaţie posterioare zguduirii. Metoda elaborată poate fi extinsă la structuri plastice-rigide [3]. Extensiunea la cazul dinamic va fi considerat ulterior, iar experimentările corespunzătoare sînt în progres.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 693 : 697

STABILIREA TEMPERATURII AERULUI INTERIOR ÎN CONDIȚII DE REGIM TERMIC NESTAȚIONAR

DE

VIRGIL FOCȘA și RODICA SARDINO

1. Introducere

Una din cerințele esențiale privind realizarea și exploatarea clădirilor, de o deosebită importanță, o reprezintă economia de energie în exploatare, prin optimizarea elementelor de construcție, a funcționării instalațiilor de încălzire în perioada de iarnă și evitarea sau limitarea climatizării în perioada de vară.

Realizarea obiectivelor menționate nu este posibilă fără a se cunoaște răspunsul clădirii la acțiunea termică variabilă interioară sau exterioară.

Complexitatea problemei, urmare a condițiilor de regim termic variabil și a multitudinii factorilor care influențează transferul termic al clădirii ce determină temperatura aerului într-o încăpere, a condus la adoptarea unor metode de calcul simplificate, nesatisfăcătoare practic [1], [2].

Utilizarea tehnicii calculului automat face posibilă abordarea unor metode de calcul exacte, dar mai laborioase, ce devin astfel accesibile în activitatea curentă de proiectare.

În cele ce urmează se prezintă o metodă de calcul semnalată în literatura de specialitate [3], [4], dezvoltată și perfecționată prin cercetări proprii.

2. Bazele metodei de calcul

2.1. Ipoteze

Se admit următoarele ipoteze :

a) caracteristicile termofizice ale materialelor sînt independente în raport cu temperatura :

b) coeficienții de transfer termic la cele două suprafețe ale elementului de construcție sînt constanți ;

c) transferul de căldură prin ferestre se produce instantaneu.

Temperatura aerului în zonele celor două suprafețe ale unui element de construcție interior variază identic (în caz contrar, acesta se consideră element exterior).

Considerînd primele două ipoteze, ecuațiile de transfer sînt liniare, putîndu-se astfel aplica principiul suprapunerii efectelor.

2.2. Funcții de influență

Stabilirea temperaturii aerului interior necesită cunoașterea, în prealabil, pentru elementele de construcție interioare și exterioare care prezintă inerție termică, a funcțiilor de influență ale fluxului termic.

În momentul inițial se consideră că aerul exterior, aerul interior și elementul de construcție prezintă aceeași temperatură, care poate fi considerată egală cu 0°C.

Dacă temperatura aerului interior crește brusc cu 1°C, temperatura aerului exterior rămînînd constantă și egală cu 0°C un timp nedefinit, fluxul de căldură pentru unitatea de suprafață interioară constituie funcția de influență interioară, $i(\tau)$.

Dacă temperatura aerului exterior crește brusc cu 1°C, iar temperatura aerului interior rămîne constantă și egală cu 0°C un timp nedefinit, fluxul de căldură pentru unitatea de suprafață interioară constituie funcția de influență exterioară, $e(\tau)$.

Determinarea funcțiilor de influență presupune rezolvarea sistemului de ecuații diferențiale care caracterizează transferul de căldură pentru un domeniu omogen, la suprafața de separație cu aerul și eventual între două domenii diferite.

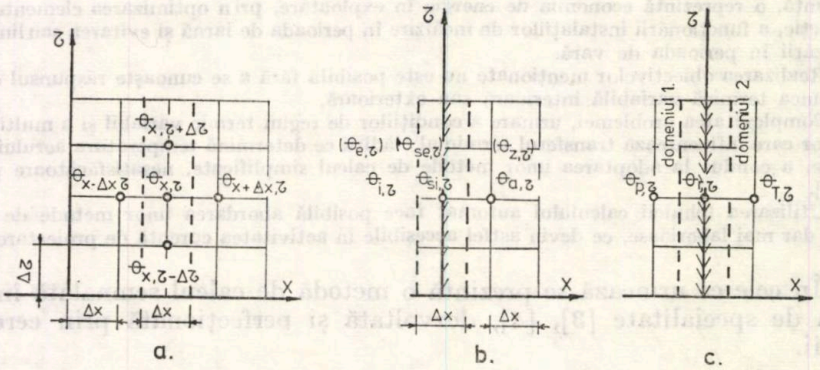


Fig. 1. — Rețea spațiu — timp pentru calculul prin metoda diferențelor finite : *a* —domeniu omogen ; *b* — la suprafața de separație cu aerul ; *c* — la suprafața de separație între două domenii.

Utilizînd metoda numerică a diferențelor finite (fig. 1), se obține sistemul de ecuații algebrice :

$$(1)\qquad \theta_{x,\tau+\Delta\tau} = \left(1 - 2a\frac{\Delta\tau}{\Delta x^2}\right)\theta_{x,\tau} + a\frac{\Delta\tau}{\Delta x^2}\theta_{x-\Delta x,\tau} + a\frac{\Delta\tau}{\Delta x^2}\theta_{x+\Delta x,\tau},$$

$$(2)\qquad \theta_{si,\tau+\Delta\tau} = \left[1 - 2a\frac{\Delta\tau}{\Delta x^2}\left(1 + \frac{\alpha_i \Delta x}{\lambda}\right)\right]\theta_{si,\tau} + 2a\frac{\Delta\tau}{\Delta x^2}\theta_{a,\tau} + 2a\frac{\theta\tau}{\Delta x}\cdot\frac{\alpha_i \Delta x}{\lambda}\theta_{i,\tau},$$

$$(2')\qquad \theta_{se,\tau+\Delta\tau} = \left[1 - 2a\frac{\Delta\tau}{\Delta x^2}\left(1 + \frac{\alpha_e \Delta x}{\lambda}\right)\right]\theta_{se,\tau} + 2a\frac{\Delta\tau}{\Delta x^2}\theta_{z,\tau} + 2a\frac{\Delta\tau}{\Delta x^2}\cdot\frac{\alpha_e \Delta x}{\lambda}\theta_{e,\tau},$$

$$\theta_{r,\tau+\Delta\tau}=\left(1-\frac{2\frac{\Delta\tau\lambda_1}{\Delta x_1}+2\frac{\Delta\tau\lambda_2}{\Delta x_2}}{C_1\rho_1\Delta x_1+C_2\rho_2\Delta x_2}\right)\theta_{r,\tau}+\frac{2\Delta\tau\lambda_1}{\Delta x_1(C_1\rho_1\Delta x_1+C_2\rho_2\Delta x_2)}\theta_{p,\tau}+$$

$$+\frac{2\Delta\tau\lambda_2}{\Delta x_2(C_1\rho_1\Delta x_1+C_2\rho_2\Delta x_2)}\theta_{T,\tau}, \tag{3}$$

în care : θ este temperatura, [°C] ; x — coordonata spațială, [m] ; τ — coordonata de timp, [h] ; λ — conductivitatea termică, [W/m °C] ; c — căldura specifică, [Wh/kg °C] ; ρ — densitatea, [kg/m^3] ; α — coeficient de transfer termic la suprafață, [W/m^2 °C].

Ecuațiilor [1] ... [3] li se adaugă condițiile rezultate din definițiile funcțiilor de influență.

S-ar părea că necesitatea rezolvării acestui sistem de ecuații pentru fiecare element de construcție care delimitează încăperea considerată, ar conduce la dificultăți în aplicarea metodei funcțiilor de influență.

Programul de calcul întocmit în acest scop face posibilă stabilirea funcțiilor de influență interioare și exterioare pentru elemente de construcție omogene și neomogene.

Forma curbelor este întotdeauna aceeași, oricare ar fi alcătuirea elementului de construcție (fig. 2).

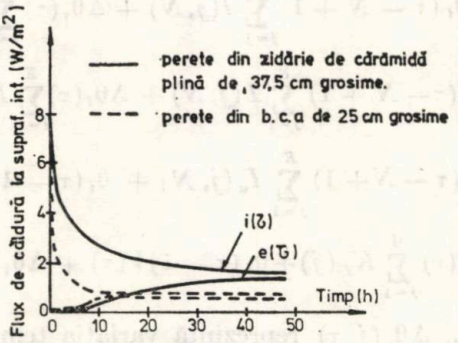


Fig. 2. — Funcțiile de influență $i(\tau)$ și $e(\tau)$.

În primul moment, funcția de influență interioară, $i(\tau)$, are întotdeauna valoarea coeficientului de transfer termic la suprafața interioară, iar cea exterioară, $e(\tau)$, valoarea zero.

După un anumit interval de timp, cu atît mai mare cu cît structura este mai inertă din punct de vedere termic, cele două curbe tind spre valoarea corespunzătoare regimului termic staționar.

Limita spre care tind cele două funcții de influență este determinată de rezistența termică a elementului de construcție.

Timpul după care se poate considera că această valoare este practic atinsă este determinat de inerția sa termică.

2.3. Stabilirea temperaturii aerului interior

Temperatura aerului interior rezultă din bilanțul termic al aporturilor și pierderilor de căldură în încăpere prin elementele de construcție exterioare, interioare pline, ferestrelor, ventilației și eventual al surselor interioare de căldură.

Pentru L elemente de construcție exterioare, R elemente de construcție interioare, M ferestre, P surse interioare de căldură, bilanțul termic al încăperii în momentul τ, devine:

$$\begin{aligned}
&\sum_{j=1}^{L} \Delta\theta_e(j,1)E(j,\tau) + \sum_{j=1}^{L}\sum_{N=2}^{\tau} \Delta\theta_e(j,\tau-N+2)E(j,N-1)+\\
&+\Delta\theta_i(\tau)\sum_{j=1}^{R} E(j,1)+\sum_{N=2}^{\tau}\Delta\theta_i(\tau-N+1)\sum_{j=1}^{R}E(j,N)+\\
&+\Delta\theta_i(\tau)\sum_{j=1}^{K} E_u(j,1)+\sum_{N=2}^{\tau}\Delta\theta_i(\tau-N+1)\sum_{j=1}^{K}E_u(j,N)+\\
&+\sum_{j=1}^{N}[\theta_{sf}(j,\tau)K_f(j)+Q_s(j,\tau)+Q_u(j,\tau)]+\\
&+\theta_e(\tau)V(\tau)+\sum_{j=1}^{P}Q_{sur}(j,\tau)=\Delta\theta_i(\tau)\sum_{j=1}^{L}I(j,1)+\\
&+\sum_{N=2}^{\tau}\Delta\theta_i(\tau-N+1)\sum_{j=1}^{L}I(j,N)+\Delta\theta_i(\tau)\sum_{j=1}^{R}I(j,1)+\\
&+\Delta\theta_i(\tau-N+1)\sum_{j=1}^{R}I(j,N)+\Delta\theta_i(\tau)\sum_{j=1}^{K}I_u(j,1)+\\
&+\sum_{N=2}^{\tau}\Delta\theta_i(\tau-N+1)\sum_{j=1}^{K}I_u(j,N)+\theta_i(\tau-1)\sum_{j=1}^{M}K_f(j)+\\
&+\Delta\theta_i(\tau)\sum_{j=1}^{M}K_f(j)+\theta_i(\tau-1)V(\tau)+\Delta\theta_i(\tau)V(\tau),
\end{aligned} \tag{4}$$

unde: $\Delta\theta_e(j,1)$, ..., $\Delta\theta_e(j,\tau)$ reprezintă variația temperaturii echivalente a aerului exterior (conform STAS 6 472/2-73), corespunzătoare elementului de construcție exterior j, în momentele 1, ..., τ, [°C]; $\Delta\theta_i(1)$, ..., $\Delta\theta_i(\tau)$ — variația temperaturii aerului interior în momentele 1, ... τ, [°C]; $\theta_{sf}(j,\tau)$— temperatura echivalentă a aerului exterior corespunzătoare ferestrei j în momentul τ, [°C]; $\theta_e(\tau)$ — temperatura aerului exterior la umbră în momentul τ, [°C]; $Q_s(j,\tau)$ — fluxul radiant transmis prin suprafața însorită a ferestrei j, în momentul τ, [W]; $Q_u(j,\tau)$ — fluxul radiant transmis prin suprafața umbrită a ferestrei j în momentul τ, [W]; $Q_{sur}(j,\tau)$ — fluxul de căldură datorat sursei de căldură j în momentul τ, [W]; $V(\tau)$ — fluxul de căldură datorat ventilației, corespunzător unei variații a temperaturii aerului de 1°C, [W/°C]; $K_f(j)$ — fluxul de căldură transmis prin fereastra j, pentru o diferență între temperatura aerului exterior și interior de 1°C, [W/°C]; $E(j,1)$, ..., $E(j,\tau)$, $I(j,1)$, ..., $I(j,\tau)$ — fluxul de căldură la supra-

fața interioară a peretelui j în momentele 1, ..., τ, pentru o creștere a temperaturii aerului exterior respectiv interior de la 0°C la 1°C (produsul funcției de influență exterioare, respectiv interioare a peretelui j în momentele 1 ... τ și suprafața acestuia), [W/°C]; $E_u(j, 1)$, ..., $E_u(j, \tau)$, $I_u(j, 1)$, ..., $I_u(j, \tau)$ — fluxul de căldură la suprafața interioară a ușii j în momentele 1, ..., τ, pentru o creștere a temperaturii aerului exterior respectiv interior de la 0°C la 1°C (produsul funcției de influență exterioare, respectiv interioare a ușii j în momentele 1, ..., τ și suprafața acesteia), [W/°C].

Din bilanțul de mai sus se poate determina singura necunoscută, $\Delta\theta_i(\tau)$, diferența între temperatura aerului interior în momentul considerat, τ, față de cel precedent, $\tau - 1$.

Rezultă temperatura aerului interior în momentul considerat :

$$\theta_i(\tau) = \theta_i(\tau - 1) + \Delta\theta_i(\tau). \tag{5}$$

Temperatura aerului interior în momentul anterior, $\theta_i(\tau - 1)$, este cunoscută din bilanțul precedent.

Stabilirea temperaturii aerului interior necesită cunoașterea antecendentelor termice ale încăperii pe o perioadă mai lungă sau mai scurtă, funcție de inerția sa termică mai mare sau mai mică.

În cazul cînd nu se cunosc antecedentele termice, pentru o acțiune termică periodică (de exemplu temperatura aerului exterior și radiația solară în timpul verii) se propune o valoare a variației temperaturii aerului interior în primul moment, $\Delta\theta_i(1)$. Efectuînd calculele pentru un număr mare de cicluri de cîte 24 ore (funcție de inerția termică a încăperii), eroarea astfel introdusă nu mai prezintă importanță pentru ultimul ciclu întrucît trecutul termic apreciat prin $\Delta\theta_i(1)$ are o influență cu atît mai mică cu cît este mai îndepărtat de momentul considerat.

Pentru a face accesibilă această metodă laborioasă s-a întocmit un program de calcul automat care permite stabilirea temperaturii aerului interior cu luarea în considerare a influenței factorilor care intervin în bilanțul termic al unei încăperi (fig. 3).

3. Testarea metodei de calcul prin măsurători *in situ*

Astfel de măsurători s-au efectuat în perioada 19 VII—21 VII 1977 la Iași, pentru un bloc de locuințe realizat din panouri mari din beton de granulit, în dormitorul unui apartament cu orientarea S-E, situat la ultimul nivel (fig. 4).

Structura elementelor de construcție și caracteristicile termofizice ale materialelor sînt prezentate în fig. 5 și tabelul 1.

Valorile temperaturii aerului exterior la umbră și cele ale intensității radiației solare sînt concentrate în tabelul 2.

Fereastra dublă nu a fost prevăzută cu dispozitive de protecție împotriva radiației solare.

În aceste condiții s-a determinat prin calcul :

a) temperatura aerului interior pe data de 21 VII 1977, ora 24^{00}, cunoscînd valorile acesteia pentru 72 ore precedente (începînd cu data de 19 VII 1977, ora 0^{00}.) Valoarea calculată este de 26,42° C, față de cea măsurată de 26,4° C.

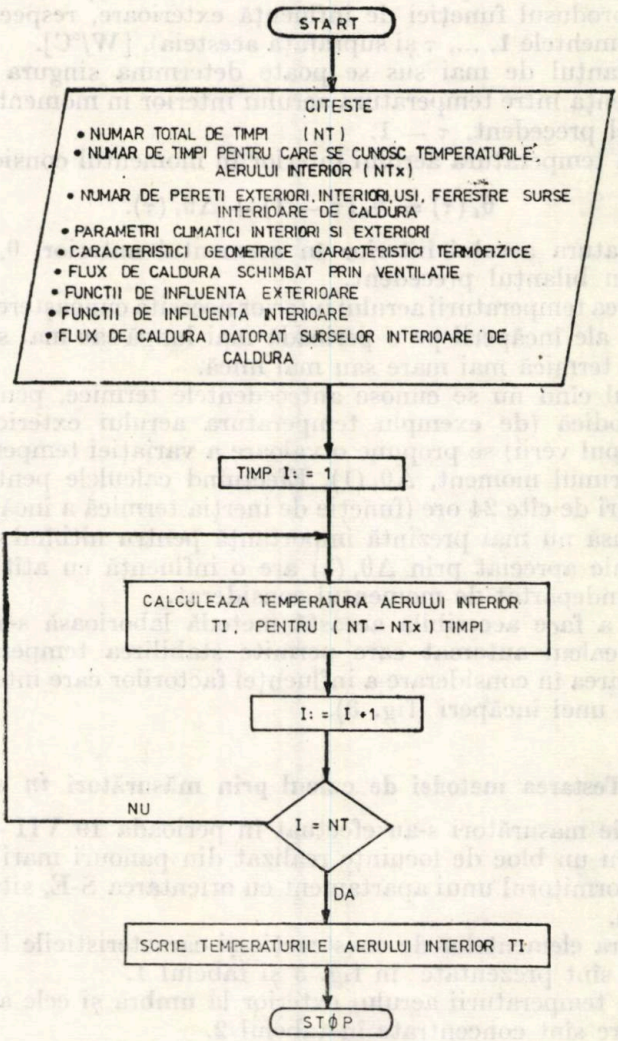


Fig. 3. — Schema logică bloc a programului CAMERA pentru stabilirea temperaturii aerului interior.

Tabelul 1

Caracteristicile termofizice ale materialelor

Nr. poz.	Denumirea materialului	Caracteristici termofizice		
		λ W/m °C	c j/kg °C	ρ kg/m³
1.	Beton de granulit	0,81	$0,84 \cdot 10^3$	1 800
2.	Vată minerală	0,04	$0,75 \cdot 10^3$	100
3.	Beton simplu	0,93	$0,84 \cdot 10^3$	1 800
4.	Carton asfaltat și bitum	0,12	$1,46 \cdot 10^3$	600
5.	B.C.A.	0,21	$0,84 \cdot 10^3$	600
6.	Mortar-ciment	0,93	$0,84 \cdot 10^3$	1 800
7.	Nisip	0,58	$0,84 \cdot 10^3$	1 600
8.	P.F.L.	0,16	$2,51 \cdot 10^3$	600
9.	Lemn foioase	0,28	$2,51 \cdot 10^3$	800

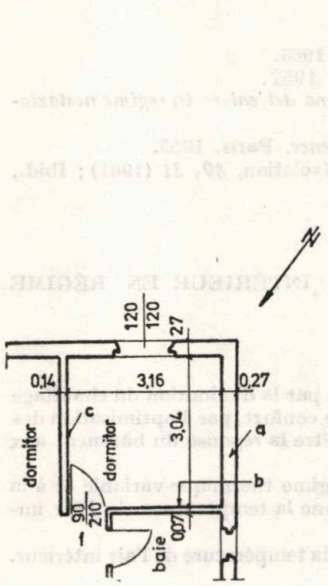


Fig. 4. — Caracteristicile geometrice ale încăperii studiate.

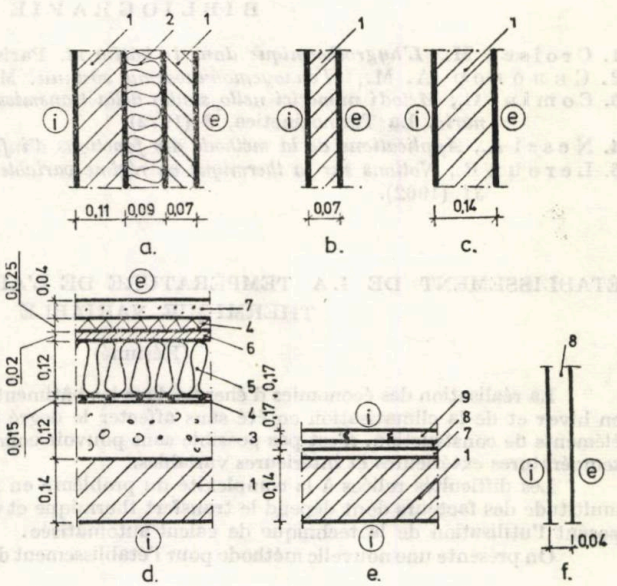


Fig. 5. — Structura elementelor de construcție și caracteristicile termofizice ale materialelor: *a* — perete exterior cu orientarea S—E ; *b* — perete despărțitor spre baie ; *c* — perete despărțitor spre dormitor ; *d* — acoperiș terasă ; *e* — planșeu curent ; *f* — ușă.

b) Temperatura aerului interior pentru ziua de 21 VII 1977, de la ora 0^{00} la ora 24^{00}, cunoscînd valorile acesteia timp de 48 ore precedente (începînd cu data de 19 VII 1977, ora 0^{00}), (tabelul 3).

Se constată o foarte bună concordanță între valorile măsurate și cele calculate ale temperaturii aerului interior.

4. Concluzii

Metoda de calcul prezentată mai sus permite stabilirea temperaturii aerului interior în condiţii de regim termic variabil, cu considerarea factorilor ce intervin în transferul termic într-o încăpere.

Temperatura aerului interior se poate determina :

a) pentru perioada de vară, cunoscînd variaţia temperaturii aerului exterior şi a intensităţii radiaţiei solare ;

b) pentru perioada de iarnă, considerînd şi eventualele întreruperi în funcţionarea instalaţiilor de încălzire.

Este posibilă astfel optimizarea elementelor de construcţie, avînd în vedere criteriul reducerii consumului de energie în exploatare, concomitent cu cel al confortului termic.

Primită la 2 noiembrie 1979

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de construcţii civile şi industriale

BIBLIOGRAFIE

1. Croiset M., *L'hygrothermique dans le bâtiment.* Paris, 1968.
2. Склювер А. М., *Теплоустойчивостм зданиu.* М., 1952.
3. Comini G., *Metodi numerici nello studio della transmissione del calore in regime nestazionario.* La Termocinetica, *3* (1972).
4. Nessi A., *Applications de la méthode des fonctions d'influence.* Paris, 1955.
5. Leroux R., *Notions sur la thermique en régime variable.* Isolation, *30*, *31* (1961) ; Ibid., *34* (1962).

ÉTABLISSEMENT DE LA TEMPÉRATURE DE L'AIR INTÉRIEUR EN RÉGIME THERMIQUE VARIABLE

(Résumé)

La réalisation des économies d'énergie dans les bâtiments, par la diminution du chauffage en hiver et de la climatisation en été sans affecter le degré de confort, par l'optimisation des éléments de construction, n'est pas possible sans pouvoir connaître la réponse du bâtiment aux températures extérieures et intérieures variables.

Les difficultés reliées à la complexité du problème en régime thermique variable et à la multitude des facteurs dont dépend le transfert thermique et donc la température de l'air imposent l'utilisation de la technique de calcul automatisée.

On présente une nouvelle méthode pour l'établissement de la température de l'air intérieur.

Tabelul 2

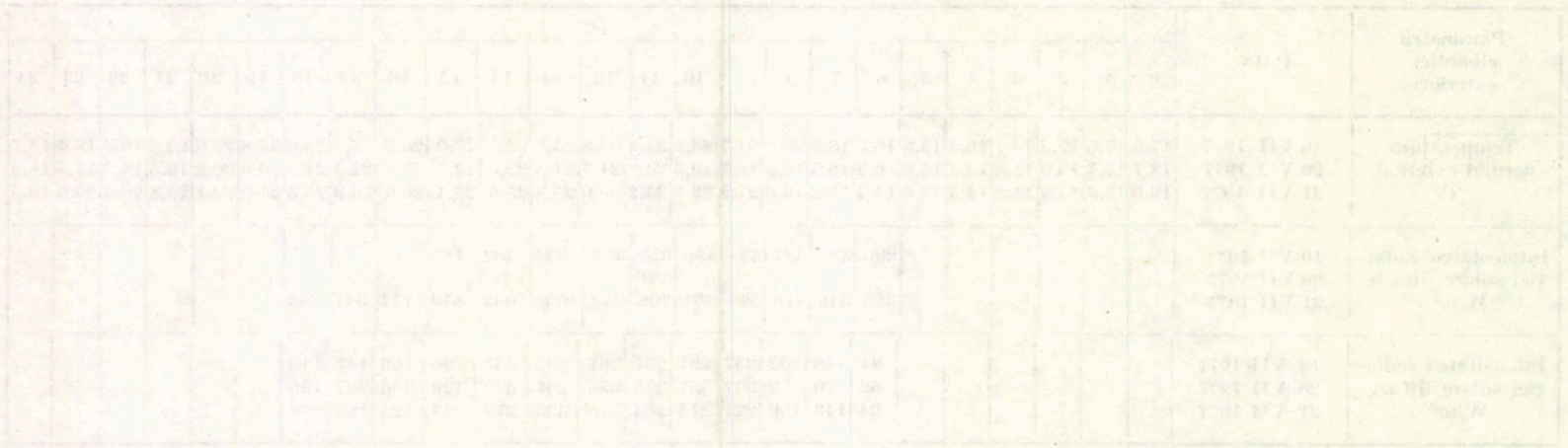
Parametrii climatici exteriori

Parametrii climatici exteriori	Data	Ora																								
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Temperatura aerului exterior °C	19 VII 1977	17,9	17,6	17,5	16,7	16,5	15,8	16,0	18,8	20,4	21,7	23,2	24,5	24,8	25,6	26,3	27,0	26,9	25,7	25,6	23,8	22,0	20,6	19,8	19,4	18,7
	20 VII 1977	18,7	16,4	16,0	15,8	15,5	15,6	16,2	16,5	16,9	18,3	19,3	20,8	21,7	21,8	22,0	22,7	22,7	22,5	21,3	20,8	20,2	19,5	18,2	17,4	16,6
	21 VII 1977	16,6	16,6	15,9	15,2	14,5	13,8	14,4	17,2	19,6	21,9	23,3	24,2	25,0	25,4	25,5	25,4	26,0	26,9	25,3	24,0	22,1	20,8	20,6	20,6	19,3
Intensitatea radiației solare directe W/m²	19 VII 1977							236	332	437	534	559	627	354	264	432	189									
	20 VII 1977												667													
	21 VII 1977							329	349	419	588	664	708	950	1003	1003	872	717	341	204						
Intensitatea radiației solare difuze W/m²	19 VII 1977							84	148	202	237	261	251	297	284	357	96	166	147	140						
	20 VII 1977							62	70	70	237	357	376	356	261	320	428	330	297	163						
	21 VII 1977							94	143	190	221	214	204	316	333	274	247	228	163	96						

Tabelul 3

Temperatura aerului interior, măsurată și calculată (21 VII 1977)

Ora / Temp. aer. interior °C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Măsurată θ_{im}	25,9	25,9	25,9	25,7	25,7	25,7	26,2	26,4	27,1	27,3	23,3	27,3	27,2	27,1	27,1	27,0	27,0	27,0	27,0	27,0	27,0	27,0	26,4	26,4	26,4
Calculată θ_{ic}	25,83	25,66	25,49	25,32	25,14	24,96	25,48	25,98	26,55	27,32	27,8	28,01	28,36	28,13	27,77	27,65	27,66	27,62	27,54	27,35	27,18	27,04	26,97	26,93	26,81
Diferența $\theta_{ic} - \theta_{im}$	—0,07	—0,24	—0,41	—0,38	—0,56	—0,74	—0,72	—0,42	—0,55	0,02	0,50	0,71	1,16	1,03	0,67	0,65	0,66	0,62	0,54	0,35	0,18	0,04	0,57	0,53	0,41



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 693 ; 691.3

ANALYSIS OF SOME JOINTS FOR INDUSTRIAL BULDINGS OF REINFORCED CONCRETE

BY

AL. NEGOIŢĂ, N. UNGUREANU, RADU CIORNEI and M. BUDESCU

1. Introduction

The adoption of precast structures of reinforced concrete is sometimes presented with restraint owing to the difficulties implied by the conception and carying out of the joints. We will first make some consideration on the precast member joinings, which, even if generally known, are pointing out, owing to their grouping and completion, some characteristic aspects which may be taken into account, into designig.

By precasting, one obtains high resistive members but the joinings often have a less high resistance. The joints of precast elements may not be realised as to assure the continuity of the members, not even in the linear members.

The bond of the joint-concrete to the precast members concrete is poor. The reinforcement of the joints is often sophisticated owing to the intersection of several members and to the necessity to anchoring their reinforcement and to their welding for continuity as well as of the fact that the joint concrete can not always be of the same quality as the precast members concrete. As a result, the joints are bringing into prominence the inhomogeneity in the structural composition and they often constitute areas of tension concentration, necessitating some corresponding constructive measures. The joints are often located in quite called, for areas ; for exemple, joints in linear members supported on collumns, forming continuous beams.

Of the technological point of view, the joints of precast structural members are inducing difficulties in mounting ; for the correct joints, a good precision is necessary in mounting in the fitting up-not always easily to realise.

Sometimes one needs to use the mounting equipments for a long time to perform the weldings which intervene so frequently in the joints carrying out, thus raising up the cast price. By realising an incorect mounting, new elements of uncertainty are introduced into the structural safety.

The few mentionned aspects to which other ones may be added are negatively influencing the degree of insurance of the structure.

In spite of the above mentionned aspects, the precast is continuously extending owing to the known advantages : the industrialisation of constructions, the reduction of the execution time, the exclusion of concrete forms utilisations, etc.

2. Characteristics of Joints

Further on, some referrings to the joints of linear members supported on columns are presented. The joint is realised of two elements of girder type installed along the same line and the column, which they are supporting on. Such a joint may be characterised by several view joints. In order to point out the characteristics of a precast joint, very often the precast structure is compared to the monolith one. A joint may be characterised by its manner of deformation in relation to the joined elements, namely, if it permits, and how much it does it relative displacements (especially rotations) and thus if it presents a capacity to get bending moments and in which conditions. Analysing it of this point of view, an index of continuity into the joint may be defined. Such a magnitude may be a carrier of qualitative and quantitative informations. A joint is characterised by the monolith continuous members that may be measured by the resistive capacity index or failure index.

For structures located in seismic areas, the resistance capacity and deformability of a joint must be analysed both in alternating load and in dynamical areas. These joints are also asked to posses, alongside a stiffness, a high capacity of energy dissipation.

An ideal joint must have a high stiffness, but, in the same time, it must be ductile too, knowing that the energy dissipation introduced into the structure is assured by ductility in case of seismic actions.

As, more often tham not, the reinforcement percentage is higher in a joint than in precast joining elements, the decrease of resistance capacity into the joint is often brought forth by failure of the compressed concrete or by the destruction of the bond between the concrete and reinforcement into the tensionned area. Thus the joints become pin-ended or sometimes they lose their resistance capacity.

3. Continuity Joints : Beams-Columns

The joints analysed thereafter refers to structures of industrial precast holls carried out columns and longitudinal resistive beams and of transversal elements of roof. One intended that the joints between the beams into the columns to fulfil some conditions, namely to realise them without welding the reinforcements, in order to facilitate their mounting and to shorten the time of using the lifting equipment, to present simplicity both in realisation and concrete forming.

The conceived joints are loop-ones well known in the practice of joining the precast reinforced concrete elements, but by the kind of their realisation some new aspects are introduced in the detailing manner and in the operation. Thus, in such joints the concrete into the joint is almost

totally compressed in all the phases of work, except some restraint areas, where the joint is in contact to the beam ends.

In Fig. 1, a loop-joint is presented with its horizontal openings superposed (*a*) through which pass thick bars (*b*) either independent, or tied horizontally to other bars (welded in the workshop), forming a frame. With horizontal reinforcement (*c*), tied to the bars (frames) (*b*), two networks are realised between which the joint concrete is compressed, any would

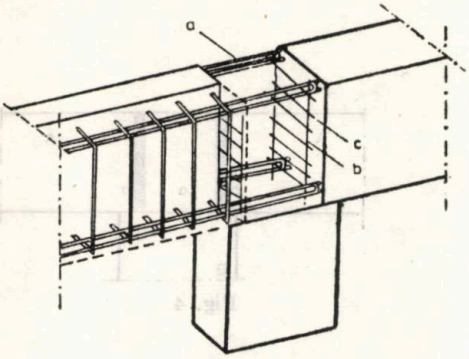


Fig. 1

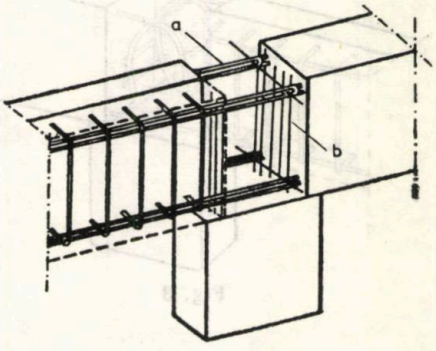


Fig. 2

be the sense of the bending moments which are stressing the beams. In order to realise, by means of a joint, rectilinear elements without dislevelments, the loops of the two joining beams must be at different levels so that to be superposed. To realise easily their mounting the sizes of tho loops, beams, hooks into the columns as well as their emplacement must be as correct as possible ; the beam lenghts and the distances between the columns must also correspond to the design.

A variant of this kind of joint is shown in Fig. 2, where the loops (*a*) are in vertical plane, in order to permit an easier mounting of the beams. The distances between the loops on horizontal plane to the two joining beams are shifted in order to assure their colinearity. The reinforcements into the columns may form vertical frames.

The second type of joining is formed with large loops displayed in vertical planes (Fig. 3). These loops (*a*) include a central curve area which may be reinforced with horizontal bars (*b*) forming a reinforced cylinder. The column reinforcement may be anchored in that cylinder. The thus conceived joinings are presenting there individualized areas (Fig. 4) : a central compressed nucleus, anyhow would be the sense of the bending moments at the ends of the joining beams and two sideway areas the sections of which are acted by bending. The shape of the compressed nucleus and of the sideway areas depends on the type of the adopted loops. In the first phase of research the joints have been thus designed as to fail before the joining elements do, in order to analyse their work-manner. In the same time we have not taken any constructive measures in order to let them result of the joining a behaviour itself. In the next phase these joinings are gradually improved by means of constructive measures up to the realisation of optimal work-parameters.

In that part of the study these joinings have been searched in view of their stiffness of their resistive capacity, under static and repeated loadings, as well as of their ductility in the aim to use them in seismical areas. The study goes on researching these joinings in alternative cyclic loadings and in dynamic loadings of seismical type.

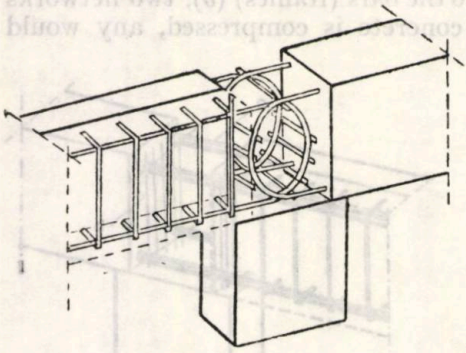


Fig. 3

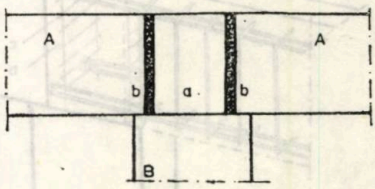


Fig. 4

4. Testing and Experimental Results

For these testings some 140 cm long and 15 × 30 cm cross-section beams, reinforced with resistive longitudinal of ∅ 12 diameter bars and 6 mm closed stirrups, as well as column ends of the same cross-section reinforced with 12 mm diameter reinforcement have been carried out.

The resistance (on cylinders) of the concrete into the beams has been of 300 daN/cm² and that of the joint concrete of 280 daN/cm².

The joinings have been tested according to the scheme represented in Fig. 5 therefore with the eigen weight of the beams acting contrary than in real work.

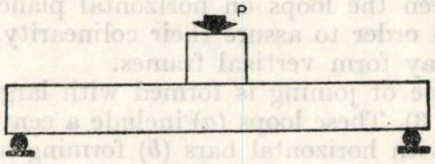


Fig. 5

The loading has been made by means of an universal testing machine equipped with a device able to permit to realise a constant velocity in deformation.

Some observations and measurements have been carried out in view to characterise the joints behaviour. It has been found, as it was expected to, that in both types of joints the first crackings have appeared at the contact line between the concrete in the precast elements and the joint concrete, owing also to the fact that any constructive measure have not been provided for. At the first type joint, it was the convering layer on the reinforcement in large area that has cracked, and in some cases in the postelastic

stage the microcrackings have penetrated in the concrete nucleus at maximum $h/4$ high, owing to the fact that the vertical bars into the loops have presented too large strains (necessitating to increase their diameter). At the second type of joints it is an unbinding of the convering concrete that occured (on about 2 cm) of stressed reinforcement after reaching the maxim-

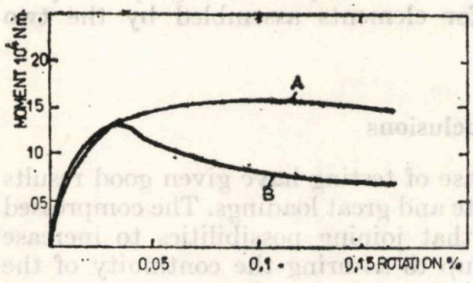


Fig. 6

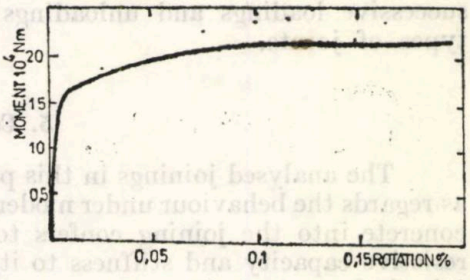


Fig. 7

um load. The compressed nucleus has not presented any kind of cracking up to the ultimate load. In either of the side areas of the joinings a large crack has developped in the tensionned parts, but the compressed parts have gradually diminished, without smashing the compressed concrete. The maximum loadings in the joinings of second type were about 50% higher than in the first type joinings whilst the crackingloads were roughly the same.

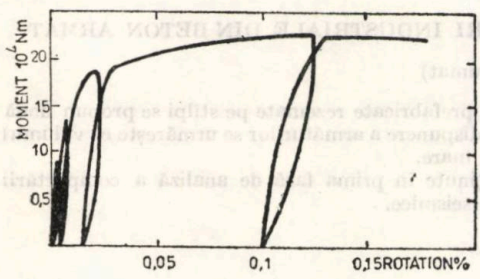


Fig. 8

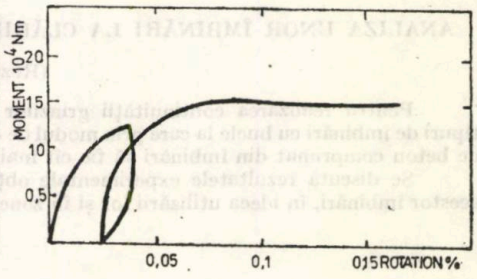


Fig. 9

For the two sets of testings the relations moment—curvature ($M - \Phi$) have been determined for static testings. Fig. 6 presents the relations M—Φ which corresponds to the first type joining (curve *a*); on the same figure, one also sees the relation $M - \Phi$ presenting failures owed to a diminished bond between the concrete and reinforcement (curve *b*). Fig. 7 presents the relation $M - \Phi$ for the second type of joinings.

The cracking loads represents an average of 49% of the maximum load at the first type joinings and 36% at the second type. The maximum deflections in crackings ranged into the interval of 0.8 up to 1 mm in the case of the first type of joints and between 0.5 and 0.7 in the case of the second type of joints.

The rotations in the joining were at an average of $0.08 \times 10^{-3}\%$ at the first type of joinings and $0.025 \times 10^{-3}\%$ at the second type. At the 0.1 % rotation the maximum measured deflections were of 3.4 up to 3.5 cm at the elements with joinings of the first type and of 3.1 up 3.2 at the elements with joinings of the second type.

In Figs. 8 and 9 the curves $M - \Phi$ are represented graphically at successive loadings and unloadings for elements assembled by the two types of joints.

5. Conclusions

The analysed joinings in this phase of testing have given good results as regards the behaviour under moderate and great loadings. The compressed concrete into the joining confers to that joining possibilities to increase resistive capacity and stiffness to it, up to assuring the continuity of the joined elements.

The deformability of a joining allows a large quantity of energy to be dissipated and consequently, a corresponding ductility necessary in case of seismical actions.

The analysed joinings are able to improvements they are rather simple and have a less complicated technology of manufacturing.

Received, October 20, 1979

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Structural Mechanics

ANALIZA UNOR ÎMBINĂRI LA CLĂDIRI INDUSTRIALE DIN BETON ARMAT

(Rezumat)

Pentru realizarea continuităţii grinzilor prefabricate rezemate pe stîlpi se propun două tipuri de îmbinări cu bucle la care prin modul de dispunere a armăturilor se urmăreşte ca volumul de beton comprimat din îmbinări să fie cît mai mare.

Se discută rezultatele experimentale obţinute în prima fază de analiză a comportării acestor îmbinări, în ideea utilizării lor şi în zone seismice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.Z. 693 : 697

UNELE ASPECTE PRIVIND INFLUENŢA VENTILĂRII ASUPRA UMIDITĂŢII AERULUI DIN CLĂDIRILE DE LOCUIT

DE

I. GAVRILAŞ

1. Introducere

Asigurarea unei compoziţii corespunzătoare din punct de vedere sanitar-igienic a aerului din încăperi, avînd în vedere vicierea produsă de prezenţa şi activitatea oamenilor, impune necesitatea ventilării clădirilor, prin schimb de aer între interior şi mediul înconjurător.

Eficienţa schimbului de aer cît şi efectele sale asupra parametrilor confortului din încăperi sînt legate de gradul de ventilare. Astfel, o ventilare prea redusă poate determina : creşterea concentraţiei poluanţilor peste limitele admise, neomogenitatea amestecului dintre aerul poaspăt şi cel uzat, senzaţia neplăcută de aer stagnant (închis), precum şi creşterea excesivă a umidităţii relative a aerului interior, favorabilă dezvoltării microorganismelor şi producerii fenomenului de condens pe suprafaţa şi în structura elementelor de construcţie. Ventilarea cu debit prea mare, deşi favorabilă în ceea ce priveşte compoziţia aerului interior şi conţinutul de vapori de apă, se reflectă negativ atît prin curenţii de aer supărători pe care îi poate determina, cît, mai ales, prin majorarea schimbului de căldură dintre interior şi exterior, ceea ce conduce la diminuarea condiţiilor de confort termic sau la necesitatea suplimentării consumului de energie în scopul asigurării temperaturii optime a aerului.

Inconvenientele legate de variaţia gradului de ventilare sînt eliminate în cazul clădirilor ventilate pe cale mecanică, la care se poate asigura un schimb de aer controlat, cu debit reglabil funcţie de necesităţi. În cazul clădirilor de locuit obişnuite, a căror ventilare are loc în general pe cale naturală neorganizată (prin porii, microfisurile şi rosturile pereţilor şi prin neetanşeităţile elementelor de tîmplărie), variaţia debitului de aer constituie o realitate datorită caracterului variabil şi aleatoriu al forţelor motrice ale schimbului de aer (diferenţa de temperatură dintre interior şi exterior şi acţiunea vîntului), după cum rezultă şi din unele constatări privind condiţiile de confort la clădiri aflate în exploatare [7].

Deoarece în cazul clădirilor de locuit obişnuite ventilarea naturală continuă să reprezinte soluţia cea mai adecvată, mai ales datorită avantajelor sale economice, apare utilă cunoaşterea ponderii cu care variaţia de debit a schimbului de aer influenţează valorile parametrilor microclimatului din încăperi. Dintre aceşti parametri, în cele de mai jos se are în vedere umiditatea aerului, a cărei variaţie cu gradul de ventilare şi cu alţi factori este analizată sub aspectul implicaţiilor pe care le prezintă asupra condiţiilor de confort din locuinţe.

Cunoaşterea condiţiilor de umiditate în exploatarea clădirilor este necesară din punct de vedere sanitar-igienic, termotehnic şi constructiv, ţinînd seama că sub influenţa umidităţii au loc modificări atît ale caracteristicilor termofizice şi mecanice ale materialelor de construcţie cît şi în ceea ce priveşte condiţiile biologice ale mediului interior.

Din punct de vedere al cerințelor fiziologice, umiditatea relativă a aerului interior trebuie să fie cuprinsă între 30% și 70%. Valorile mai mici decît 30% ale umidității aerului curat (respectiv sub 50% în cazul aerului impurificat cu aerosoli) provoacă jenă respiratorie datorită senzației de uscăciune, în timp ce umiditățile care depășesc 70% pot conduce la senzația de zăpușeală, asigurînd totodată condiții favorabile dezvoltării microorganismelor și instalării unor afecțiuni cronice ale organismului ocupanților [5], [9]. Umiditatea excesivă a aerului din încăperi este nefavorabilă și datorită posibilității de condensare a vaporilor de apă pe suprafețele interioare ale elementelor de închidere, însoțită de cele mai multe ori de apariția și dezvoltarea mucegaiului și a ciupercilor, cît și riscului de acumulare a apei din condens în structura elementelor, cu efecte negative asupra calităților de izolare termică și a durabilității acestora.

În cele ce urmează, aprecierea influenței pe care o prezintă gradul de ventilare asupra condițiilor de confort din încăperi se face pe baza rezultatelor analitice, considerînd ca limită maximă admisă a umidității aerului interior valoarea de 70% [10].

2. Condiții și ipoteze de calcul

Cu toate că microclima unei locuințe reprezintă rezultatul acțiunii simultane și combinate a numeroși factori fizici, analiza separată a temperaturii și umidității aerului pot oferi unele indicii calitative importante referitoare la condițiile de confort, în special în legătură cu producerea fenomenului de condens și cu apariția și dezvoltarea mucegaiului pe suprafața elementelor de construcție ; o asemenea abordare face posibilă utilizarea metodelor analitice, bazate pe ipoteze simplificatoare.

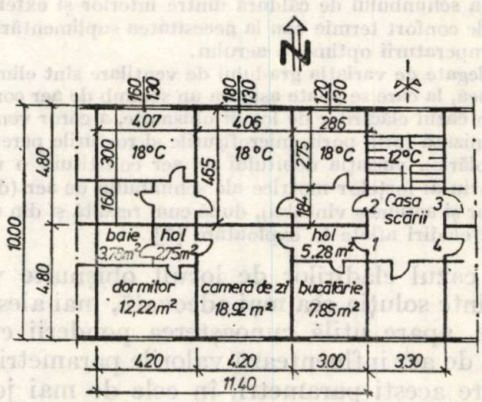


Fig. 1. — Planul funcțional al apartamentului considerat în calcule.

a) Pentru determinarea prin calcul a variației umidității aerului interior, în special ca urmare a procesului de ventilare, se consideră cazul unui apartament curent dintr-un bloc de locuințe P+4E, realizat din panouri mari în trei straturi, cu izolație termică din vată minerală (proiect nr. 1 615/III b), frecvent întîlnit în țara noastră.

Apartamentul (fig. 1), alcătuit din două camere și dependințe, cu un volum total $V=132$ m³, prezintă o suprafață de fațadă aferentă de 30,7 m², din care 80,5% (24,7 m²) este zona opacă, caracterizată printr-un coeficient global de transfer termic $K_{pe} = 1{,}39$ W/m² °K, iar 19,5% (6,0 m²) o reprezintă zona vitrată cu ferestre cuplate din lemn, avînd coeficientul de transfer termic $K_f = 2{,}55$ W/m² °K.

b) Clădirea se consideră amplasată în zona a II-a climatică (temperatura de calcul a aerului exterior în timpul iernii $\theta_e = -15$°C), fiind prevăzută cu încălzire centrală cu regim continuu de funcționare. Deși în exploatare temperatura aerului interior prezintă atît variații în timp cît și diferențe de la o încăpere la alta, pentru simplificare se consideră în întregul apartament o temperatură medie $\theta_i = 18$°C.

c) Se consideră o ventilare naturală continuă și uniformă a apartamentului în ansamblu, făcîndu-se abstracție de schimbul de aer diferit al încăperilor de serviciu față de cel al încăperilor principale. Gradul de ventilare se apreciază prin numărul orar de schimburi ale volumului de aer din apartament (n).

d) Apartamentul este locuit de o familie compusă din 3 ... 4 persoane, a căror prezență și activitate determină degajări de substanțe poluante și vapori de apă. Deoarece ritmul de producere al vaporilor de apă în locuințe depinde în mare măsură de modul de exploatare, în calcule s-au considerat două situații tipice din acest punct de vedere, confirmate de constatările din realitate: exploatarea normală, rațională (a) și exploatarea nerațională (b), caracterizată prin intense activități menajere, însoțite de degajări mari de vapori de apă (spălarea și uscarea rufelor, încălzirea suplimentară cu gaze etc.). Corespunzător acestor situații posibile, pe baza datelor din literatură [1] ... [3], [9], [10], [12] rezultă următoarele valori ale degajărilor de vapori de apă în apartamentul considerat:

a) În cazul exploatării normale:

— odihnă ....40 g/h. pers. × 3 pers. × 8 ore ≈	1 000 g/zi
— activitate ușoară ... 75 g/h. pers. × 2 pers. × × 10 ore =	1 500 g/zi
— gătit, spălat, toaletă etc.	4 000 g/zi
Total:	6 500 g/zi

b) În cazul exploatării nerafionale, la valoarea anterioară se mai adaugă circa 7 000 g/zi provenite din:

— spălat și uscat rufe . . . . . 5 500 g/zi
— încălzire suplimentară cu gaze . . . . . 1 500 g/zi

rezultînd o producție totală de vapori de 13 500 g/zi.

În ipoteza unui proces continuu și uniform de degajare a vaporilor de apă, debitele medii orare corespunzătoare celor două situații considerate rezultă:

a) $g_v^a \approx 300$ g/h; b) $g_v^b \approx 600$ g/h.

e) Umiditatea relativă a aerului exterior se consideră în calcule ca avînd o valoare constantă, de 85 %, indiferent de temperatură.

3. Principii de calcul

Pe baza prevederilor STAS 1 907/68 s-a determinat necesarul de căldură pentru compensarea transferului termic total al apartamentului (prin transmisie și ca urmare a schimbului de aer) rezultînd un consum mediu orar de energie $q_0 = 2\,950$ W.

Gradul de ventilare mediu efectiv (n_0), corespunzător condițiilor considerate, a rezultat, pe baza bilanțului termic al apartamentului (4) de 0,72 h^{-1}, în concordanță cu valorile recomandate din punct de vedere al cerințelor de igienă și de limitare a transferului termic ($n = 0{,}5 \ldots 1{,}5\ h^{-1}$), [1], [11], [12].

Determinarea umidității relative a aerului interior, corespunzător diferitelor condiții de ventilare, de temperatură a aerului exterior, sau de alimentare cu energie a apartamentului, s-a efectuat pe baza ecuației de bilanț al vaporilor de apă în regim permanent, avînd forma :

$$g_v = nV(\rho_i x_i - \rho_e x_e),$$

de unde rezultă :

$$x_i = \frac{\rho_e}{\rho_i} x_e + \frac{g_v}{nV\rho_i}, \quad [\text{g/kg}] \tag{2}$$

și în final :

$$\varphi_i = \frac{x_i}{x_{si}} \cdot 100, \quad [\%]. \tag{3}$$

În aceste relații g_v reprezintă debitul de vapori de apă al surselor interioare, [g/h] ; ρ_i, ρ_e — densitatea aerului interior, respectiv exterior, [kg/m³] ; x_i, x_e — conținutul în vapori de apă al aerului interior, respectiv exterior, raportat la 1 kg de aer uscat, [g/kg] ; x_{si} — conținutul maxim de vapori de apă al aerului interior corespunzător saturației, [g/kg aer uscat].

Valorile temperaturii aerului interior, care intervin în calculul densității și al conținutului maxim de vapori, determinînd astfel umiditatea relativă a aerului din încăperi, s-au stabilit cu ajutorul ecuației de bilanț termic în regim staționar, neglijîndu-se transmisia plană și spațială din zona punților termice :

$$q = (\sum_j K_j S_j + nVc)(\theta_i - \theta_e), \tag{4}$$

în care c este căldura specifică a aerului, [J/m³ °C], indicii j referindu-se la zonele cu permeabilitate termică diferită din structura elementelor de închidere a apartamentului.

4. Rezultate obținute. Interpretare

În condițiile temperaturii exterioare $\theta_e = -15$°C și a umidității relative a aerului exterior $\varphi_e = 85\%$ (corespunzător cărora conținutul de vapori de apă este $x_e = 0{,}86$ g/kg), considerînd un aport constant al surselor de căldură cu debitul $q = 2\,950$ W, umiditatea relativă medie a aerului inte-

rior, corespunzătoare diferitelor valori ale intensității schimbului de aer, prezintă în cele două cazuri de exploatare a apartamentului considerat valorile de calcul din tabelul 1.

Tabelul 1

Variația umidității relative a aerului interior funcție de gradul de ventilare, în condițiile $\theta_e = -15°C$, $q = 2\,950$ W

Rata ventilării, n, [h^{-1}]		0,10	0,25	0,50	0,72	0,75	1,00	1,50	2,00	3,00
Temperatura medie a aerului interior, θ_e,[°C]		28,10	25,20	20,80	18,00	17,60	14,80	10,40	7,70	2,60
Umiditatea absolută de saturație a aerului interior, x_{si},[g/kg]		24,20	20,30	15,40	12,90	12,60	10,40	7,82	6,52	4,57
Conținutul de vapori al aerului interior, x_i, [g/kg]	Cazul *a*	20,41	8,70	4,78	3,58	3,47	2,80	2,16	1,83	1,51
	Cazul *b*	39,81	16,40	8,25	6,18	5,97	4,64	3,37	2,72	2,10
Umiditatea relativă a aerului interior, φ_i, [%]	φ_i^a	84,50	43,00	31,00	28,00	27,50	27,00	27,60	28,20	33,3
	φ_i^b	100,00	81,00	56,00	48,00	47,50	44,60	43,00	41,60	46,20

Din analiza acestor date rezultă că deși intensitatea schimbului de aer determină în mare măsură conținutul de vapori de apă al aerului interior, influența sa asupra umidității relative este în general redusă, devenind apreciabilă pentru valori sub 0,5 h^{-1}, în special în cazul exploatării caracterizate prin degajări mari de vapori de apă în încăperi (*b*). Astfel, pentru domeniul valorilor recomandate ale schimbului de aer ($n = 0,5$ ... 1,5), umiditatea relativă de calcul a aerului interior rezultă de 27,6% ... 31% în primul caz de exploatare a apartamentului, respectiv de 43% .... 56% în cazul al doilea, valori inferioare în ambele situații limitei maxime considerate (70%). De remarcat, însă, că din punct de vedere al confortului, în primul caz aerul încăperilor rezultă prea uscat (ceea ce corespunde cu situațiile reale de inconfort constatate în unele perioade de iarnă în apartamentele exploatate normal, care fac necesară o umidificare suplimentară a aerului) în timp ce în cazul degajărilor sporite de vapori (*b*) umiditatea aerului rezultă corespunzătoare.

Prin conținutul de vapori de apă pe care îl determină la o anumită valoare a umidității relative, temperatura aerului exterior din timpul iernii influențează în mare măsură starea de umiditate a aerului din încăperi. Datele din tabelul 2, rezultate pe baza calculelor în condițiile ventilării cu debit constant ($n_0 = 0,72$ h^{-1}) și a unui aport de energie termică corespunzător menținerii constante a temperaturii interioare ($\theta_i = 18°C$), scot în evidență faptul că variația temperaturii exterioare determină variația în același sens a umidității relative a aerului interior (fig. 2).

Se poate observa că dacă în primul caz de exploatare a apartamentului limita de 70% a umidității relative a aerului interior poate fi atinsă în condițiile gradului de ventilare $n_0 = 0,72$ h^{-1} numai în zilele cu temperaturi exterioare de peste 10°C, în cel de al doilea caz umiditatea relativă a aerului interior poate depăși 70% de îndată ce temperatura exterioară devine pozitivă.

Tabelul 2

Variaţia umidităţii relative a aerului interior cu temperatura exterioară, în condiţiile $n_0 = 0{,}72\ h^{-1}$, $\theta_i = 18°C$, $\varphi_e = 85\%$

Temperatura aerului exterior, θ_e, [°C]		— 20	— 15	— 10	— 5	0	+ 5	10	15
Conţinutul maxim de vapori al aerului exterior, x_{se}, [g/kg]		0,63	1,01	1,60	2,47	3,78	5,40	7,63	10,60
Conţinutul de vapori în aerul exterior pentru $\varphi_e = 85\%$, x_e, [g/kg]		0,54	0,86	1,36	2,10	3,22	4,60	6,50	9,00
Conţinutul de vapori al aerului interior, x_i, [g/kg]	Cazul *a*	3,25	3,59	4,11	4,90	6,00	7,50	9,30	11,90
	Cazul *b*	5,85	6,19	6,71	7,50	8,60	10,10	11,90	14,50
Umiditatea relativă a aerului interior, φ_i, [%]	φ_i^a	25,00	28,00	32,00	41,00	46,50	58,00	70,00	92,00
	φ_i^b	45,50	48,00	52,00	58,00	67,00	78,00	92,00	100,00

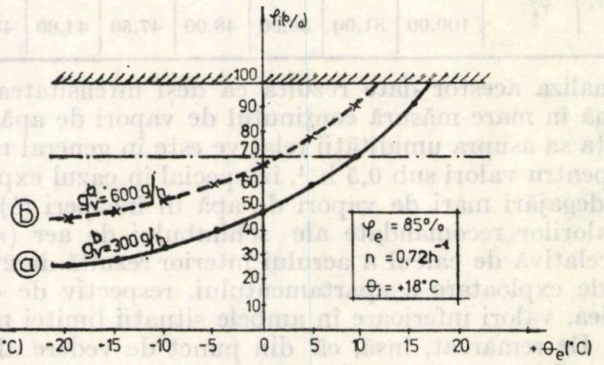


Fig. 2. — Variaţia umidităţii relative a aerului interior cu temperatura exterioară

Influenţa gradului de ventilare asupra umidităţii aerului interior, pentru diferite valori ale temperaturii exterioare din perioada de iarnă, rezultă şi din analiza diagramelor din fig. 3, trasate pe baza datelor din tabelul 1, corespunzătoare temperaturii $\theta_e = -15°C$ şi a unor date similare calculate pentru temperaturi exterioare de 0°C şi + 5°C.

Se constată, în primul rînd, că umiditatea relativă a aerului interior prezintă o valoare minimă, corespunzătoare unui grad de ventilare de 1 ... 2 schimburi orare ale volumului de aer (funcţie de debitul de vapori al surselor din încăpere), faţă de care se înregistrează creşteri atît la intensificarea, cît mai ales la diminuarea schimbului de aer. Rezultă, pe această bază, că pentru asigurarea valorilor normale ale umidităţii aerului interior este necesară corelarea gradului de ventilare cu debitul degajărilor de vapori şi cu temperatura aerului exterior, fiind neindicate din acest punct de vedere atît reducerea excesivă cît şi intensificarea schimbului de aer peste anumite valori.

Se confirmă, de asemenea, constatările anterioare în legătură cu importanța debitului de vapori al surselor din încăperi și cu influența temperaturii exterioare asupra valorilor umidității aerului interior. Astfel, dacă în

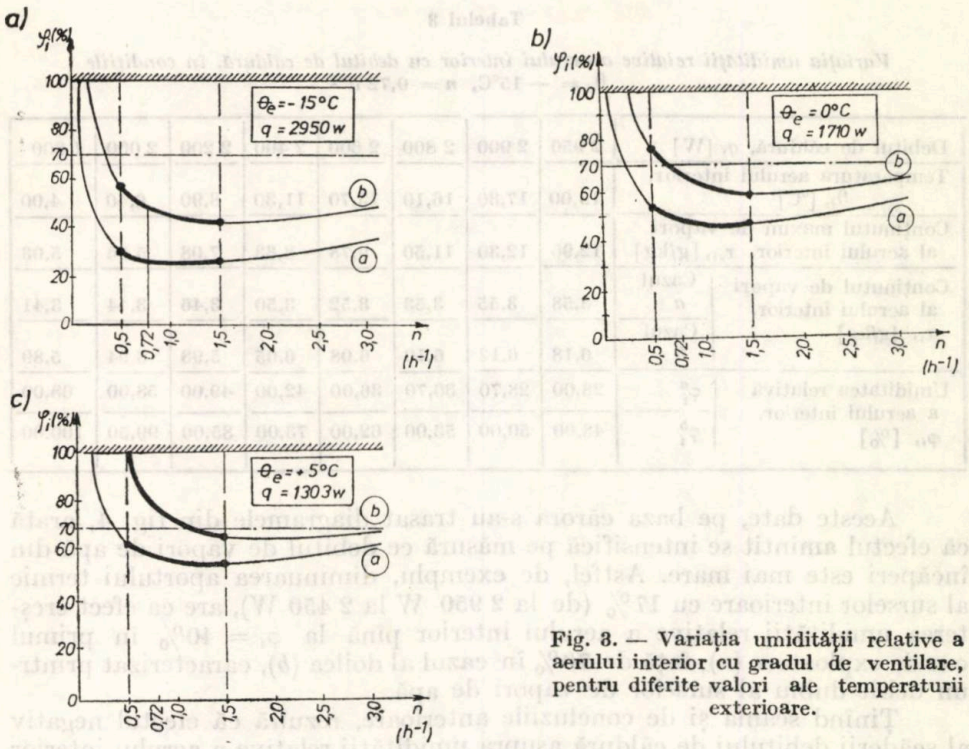


Fig. 3. — Variația umidității relative a aerului interior cu gradul de ventilare, pentru diferite valori ale temperaturii exterioare.

primul caz de exploatare riscul depășirii limitei de 70% a umidității relative a aerului interior nu rezultă decît pentru valori foarte reduse ale gradului de ventilare (rar întîlnite în exploatare), în cazul al doilea depășirea acestei limite apare posibilă chiar în condițiile ventilării normale, odată cu creșterea temperaturii exterioare peste 0°C; pentru temperaturi mai mari decît + 5°C și o umiditate relativă a aerului exterior de 85%, valorile umidității interioare depășesc 70%, indiferent de gradul de ventilare, determinînd astfel diminuarea senzației de confort din încăperi și chiar condiții favorabile producerii fenomenului de condens și dezvoltării mucegaiului în zonele reci ale elementelor de construcție.

Prin urmare, reducerea umidității relative a aerului din încăperi, în măsura în care este necesară pentru evitarea efectelor negative ce însoțesc depășirea limitei de 70%, trebuie realizată în primul rînd prin limitarea degajărilor de vapori de apă, avînd în vedere că ventilarea intensă, în special în condiții de iarnă cu temperaturi relativ ridicate și umidități mari ale aerului exterior, prezintă un efect contrar celui așteptat, determinînd creșterea umidității relative a aerului interior.

Scăderea aportului termic al surselor de încălzire din locuințe este însoțită de creșterea umidității relative a aerului interior, ca urmare a scă-

derii temperaturii, accentuînd efectul schimbului de aer, după cum rezultă și din datele de calcul prezentate în tabelul 3, corespunzătoare apartamentului considerat.

Tabelul 3

Variația umidității relative a aerului interior cu debitul de căldură, în condițiile $\theta_e = -15°C$, $n = 0{,}72\ h^{-1}$

Debitul de căldură, q, [W]		2 950	2 900	2 800	2 600	2 400	2 200	2 000	1 800
Temperatura aerului interior, θ_i, [°C]		18,00	17,30	16,10	13,70	11,30	8,90	6,40	4,00
Conținutul maxim de vapori al aerului interior, x_{si}, [g/kg]		12,90	12,30	11,50	9,78	8,33	7,08	5,96	5,03
Conținutul de vapori al aerului interior, x_i, [g/kg]	Cazul *a*	3,58	3,55	3,53	3,52	3,50	3,46	3,44	3,41
	Cazul *b*	6,18	6,13	6,10	6,08	6,05	5,98	5,94	5,89
Umiditatea relativă a aerului interior, φ_i, [%]	φ_i^a	28,00	28,70	30,70	36,00	42,00	49,00	58,00	68,00
	φ_i^b	48,00	50,00	53,00	62,00	73,00	85,00	99,50	100,00

Aceste date, pe baza cărora s-au trasat diagramele din fig. 4, arată că efectul amintit se intensifică pe măsură ce debitul de vapori de apă din încăperi este mai mare. Astfel, de exemplu, diminuarea aportului termic al surselor interioare cu 17% (de la 2 950 W la 2 450 W), are ca efect creșterea umidității relative a aerului interior pînă la $\varphi_i = 40\%$ în primul caz de exploatare (*a*), față de 70% în cazul al doilea (*b*), caracterizat printr-un debit dublu al surselor de vapori de apă.

Ținînd seama și de concluziile anterioare, rezultă că efectul negativ al scăderii debitului de căldură asupra umidității relative a aerului interior se accentuează în cazul unor temperaturi exterioare relativ ridicate din perioada rece și nu poate fi ameliorat prin intensificarea schimbului de aer al apartamentului cu exteriorul. Ca urmare, încălzirea insuficientă a locuințelor — de regulă datorită unor defecțiuni ale instalațiilor — poate conduce cu ușurință la depășirea limitei admisibile a umidității relative a aerului interior, însoțită de efectele negative cunoscute.

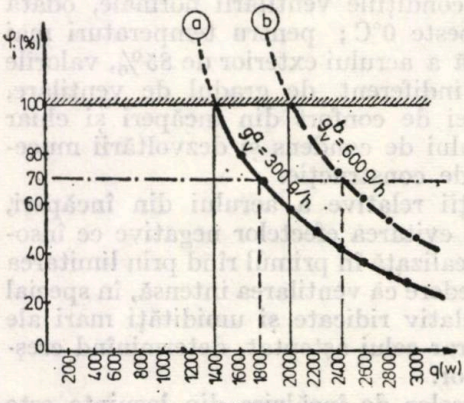


Fig. 4. — Variația umidității relative a aerului interior cu debitul de căldură furnizat.

Rezultă, de asemenea, că regimul discontinuu de încălzire al apartamentelor poate favoriza apariția, pe suprafața interioară a unor elemente de construcție, a fenomenului de condens care — chiar dacă în aceste condiții are un caracter temporar — afectează confortul din încăperi și durabilitatea materialelor.

5. Concluzii

Cu toate că degajările de vapori din locuințe au un caracter discontinuu și neuniform, fiind concentrate în special în încăperile de serviciu, iar parametrii aerului interior și exterior sînt de asemenea variabili, calculele analitice efectuate în condițiile unor ipoteze simplificatoare permit o serie de aprecieri în legătură cu influența gradului de ventilare asupra regimului de umiditate al aerului interior, confirmate în general de constatările din exploatare și anume:

1. Schimbul de aer cu exteriorul intervine cu o pondere importantă în stabilirea conținutului de apă al aerului din încăperi, însă influența sa asupra umidității relative apare secundară în comparație cu cea a debitului de vapori de apă al surselor interioare, atîta timp cît gradul de ventilare depășește circa 0,5 h^{-1}. Odată cu reducerea schimbului de aer sub această limită, ca urmare a etanșeității excesive a elementelor exterioare (întîlnită de regulă în cazul unor preocupări exagerate pentru conservarea căldurii), umiditatea relativă a aerului interior poate depăși cu ușurință limitele admise, chiar și în condiții normale din punct de vedere al degajărilor de vapori.

2. Variația umidității relative a aerului interior cu gradul de ventilare este caracterizată printr-un minim (corespunzător schimbului de aer de circa 1 ... 2 h^{-1}), a cărui valoare absolută depinde de debitul de vapori de apă al surselor din încăperi și de conținutul de apă al aerului exterior. Rezultă, pe această bază, că intensificarea gradului de ventilare peste valorile uzuale (1 ... 1,5 h^{-1}) nu constituie o măsură eficientă pentru reducerea umidității aerului interior, cu atît mai puțin în perioadele de tranziție cu temperaturi peste 0°C și umidității ridicate a aerului exterior, fiind de altfel neindicată și din punct de vedere termic.

3. Cu excepția unor valori foarte reduse (practic imposibile) schimbul de aer nu prezintă importanță în ceea ce privește confortul din punct de vedere al umidității aerului interior în perioadele foarte reci și în cele relativ calde din timpul iernii. Astfel, în condițiile normale de exploatare a locuințelor sub aspectul degajărilor de vapori de apă, în zilele geroase, cu temperaturi exterioare mai mici decît — 5°C, umiditatea relativă a aerului interior poate coborî sub 30%, indiferent de valorile (raționale ale) gradului de ventilare, ceea ce conduce la senzația de uscăciune, în timp ce în zilele relativ calde, cu temperaturi mai mari decît + 5°C, umiditatea aerului din încăperi poate depăși 70%, afectînd condițiile de confort și durabilitatea elementelor de construcție. Degajările mari de vapori de apă, caracteristice exploatării necorespunzătoare a apartamentelor, au ca rezultat o îmbunătățire a confortului din punct de vedere al umidității aerului în primul caz, dar — ceea ce este mai important — grăbesc atingerea limitei maxime în cazul al doilea.

4. Efectul ventilării asupra umidității relative a aerului interior se accentuează odată cu diminuarea debitului de căldură furnizat în încăperi, respectiv cu scăderea temperaturii aerului interior. Sub acest aspect și regimul termic discontinuu apare defavorabil în perioadele descreșterii aportului de căldură, în special în cazul unor elemente exterioare dimensionate la limită din punct de vedere termic, pe suprafața cărora este posibilă condensarea temporară a vaporilor de apă.

Avînd în vedere ponderea relativ redusă a influenței variației gradului de ventilare asupra umidității aerului interior în comparație cu debitul degajărilor de vapori, temperatura și umiditatea aerului exterior și temperatura interioară, rezultă că asigurarea confortului higrotermic în locuințe și evitarea fenomenului de condens pe suprafața elementelor de construcție fac necesară — în condițiile preocupărilor actuale justificate de economisirea energiei în exploatare — limitarea schimbului de aer al încăperilor de locuit în timpul iernii la cel mult 1 ... 1,5 h^{-1}, prin măsuri adecvate de reducere a infiltrațiilor de aer [2], [6], evitîndu-se, în același timp, diminuarea acestuia sub 0,5 h^{-1}, paralel cu majorarea capacității de izolare termică a elementelor exterioare și cu reducerea corespunzătoare a debitului de vapori a surselor interioare.

În acest mod, prin concepția rațională, execuția corespunzătoare și exploatarea judicioasă a locuințelor pot fi evitate influențele negative ale variațiilor schimbului de aer asupra condițiilor de confort.

Primită la 30 iunie 1979

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de construcții civile și industriale

BIBLIOGRAFIE

1. Christea Al., *Ventilarea și condiționarea aerului.* Vol. I, Ed. Tehn., Buc., 1970.
2. Croiset M., *Hygrothermique et ventilation dans l'habitation. La ventilation.* Paris, 1972.
3. Duță G., Niculescu N., Stoenescu P., *Instalații de ventilare și climatizare.* EDP, Buc., 1976.
4. Eichler Fr., *Căldura și vaporii de apă în clădiri* (trad. din l. germ.). Ed. Tehn., Buc., 1957.
5. Focșa V., *Higrotermica și acustica clădirilor.* Ed. Tehn., Buc., 1972.
6. Focșa V., Gavrilaș I., *Aspecte privind influența vîntului asupra regimului termic al clădirilor înalte.* Conf. a VII-a de betoane, Iași, 1975.
7. Focșa V., Radu A., Gavrilaș I., *Studiul fenomenelor de condens și eflorescență la blocurile de locuințe din orașul Iași.* Expertiză tehnică, Iași, 1975.
8. Gavrilaș I., *Considerații privind efectul termic al ventilării clădirilor de locuit.* St. și cerc. INCERC, 1979.
9. Rietschel H., Raiss W., *Tehnica încălzirii și ventilării* (trad. din l. germ.). Ed. Tehn., Buc., 1967.
10. London A.G., *The Effect of Ventilation and Building Design Factors on the Risk of Condensation and Mould Growth in Dwellings.* The Architects J., **153**, *20* (1971).
11. * * * *Application de la norme NBN B 62-001 — Hygrothermique des bâtiments. Isolation thermique. Conditions hivernales.* CSTC, Bruxelles, 1974.
12. * * * REEF 58, *Récueil des éléments utiles à l'établissement et à l'exécution des projets et marchés de bâtiments en France.* Vol. II, Paris, 1960.
13. * * * STAS 1907/1968. *Instalații de încălzire. Calculul necesarului de căldură.*
14. * * * STAS 6 472/1975. *Fizica construcțiilor. Higrotermica.*

QUELQUES ASPECTS CONCERNANT, L'INFLUENCE DE LA VENTILATION DES LOGEMENTS SUR L'HUMIDITÉ DE L'AIR INTÉRIEUR

(Résumé)

L'échange d'air des enceintes avec l'extérieur, nécessaire pour maintenir la composition normale de l'air intérieur, peut avoir, pendant l'hiver, des influences négatives sur les paramètres de l'ambiance, qui affectent les conditions de confort et la durabilité des éléments de construction.

On étudie, en se basant sur les résultats des calculs, la variation de l'humidité relative de l'air intérieur en fonction du niveau de la ventilation, ayant comme but la détermination du poids de celle-ci par rapport aux autres facteurs, pour le cas concret d'un logement courant.

Les conclusions obtenues justifient la nécessité des préoccupations plus approfondies pour limiter le niveau de ventilation des logements, ce qui, sans affecter les conditions de confort, peut déterminer des économies substantielles d'énergie en exploitation.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.07 ; 691.3 ; 624.9

PARABOLOIZI HIPERBOLICI CU TIRANT DIAGONAL DE BETON PRECOMPRIMAT

DE

ANATOLIE MIHUL, V. HOBJILĂ, FLORIN-VICTOR POTERAŞU şi IOANA VLAD

1. Consideraţiuni privind acoperirea tramelor pătrate de stîlpi

Din analiza halelor parter cu deschideri multiple se constată că cea mai mare flexibilitate funcţională, inclusiv cel mai ridicat grad de universalitate, se obţine prin dispunerea stîlpilor după o reţea pătrată, structurile astfel realizate prezentînd aceleaşi caracteristici mecanice după cele două direcţii principale de acţiune a sarcinilor orizontale. Sporirea gradului de simetrie determină accentuarea caracterului spaţial de lucru al sistemului.

Soluţionarea optimă a halelor parter cu stîlpii dispuşi în pătrate sau în dreptunghiuri apropiate de pătrate este condiţionată de aplicarea unor sisteme spaţiale ce pot acoperi cîte o tramă şi care sînt rezemate pe capetele stîlpilor.

Adoptarea unor sisteme spaţiale de acoperire permite distribuţia raţională a materialelor care, asociată cu introducerea tensiunilor iniţiale, conduce la reducerea consumurilor specifice de oţel şi ciment odată cu sporirea caracterului spaţial de lucru al fiecărei trame în parte cît şi a construcţiei în ansamblul ei.

Dezvoltarea sistemelor spaţiale de acoperire implică două aspecte principale : a) primul, referitor la concepţia acestora, elaborarea teoriilor de calcul, stabilirea încărcărilor, asigurarea condiţiilor pentru amortizarea şocurilor produse de sarcinile orizontale, siguranţa sistemelor spaţiale ; b) al doilea, vizează execuţia halelor prin fragmentarea structurii, realizarea industrializată a subansamblelor prin prefabricare sau la obiect, transportul şi montajul lor pentru recompunerea scheletului de rezistenţă.

Prin rezolvarea problemelor legate de primul aspect se obţin structuri spaţiale mai uşoare, cu eficienţă funcţională ridicată, cu tendinţă de universalitate, cu consum minim de material, în concordanţă cu jocul forţelor ce acţionează ansamblul constructiv. Aceste rezolvări impun măsuri care complică adoptarea unor tehnologii proprii execuţiei sistemelor spaţiale care sînt esenţial diferite faţă de cele aplicate sistemelor liniare.

Obiectivele etapei actuale de dezvoltare a construcţiilor privind reducerea consumurilor specifice de oţel şi ciment, micşorarea greutăţii construcţiilor, mărimea flexibilităţii şi universalităţii halelor industriale parter, pot fi atinse prin trecerea într-o proporţie mai mare la structurile spaţiale

pretensionate, pentru acoperire. Închiderea orizontală a halelor industriale pe trame pătrate de stîlpi se poate rezolva într-un mod avantajos cu ajutorul paraboloizilor hiperbolici rezemați în patru colțuri, dintre care unul ridicat (fig. 1); astfel de structuri de acoperire permit:

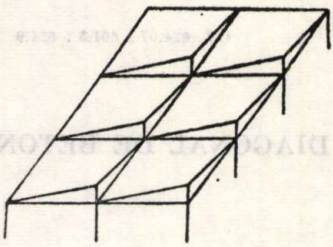


Fig. 1. — Alcătuirea închiderii orizontale a halelor parter cu ajutorul paraboloizilor hiperbolici, cu tirant diagonal de beton precomprimat, rezemați pe stîlpi.

a) reducerea consumului de energie pentru iluminarea interioară, prin mărirea eficacității iluminării naturale, orientate;

b) cofrarea ușoară și precomprimarea pînzei după trasee rectilinii, PH-urile fiind suprafețe riglate;

c) obținerea unei capacități superioare de rezistență datorită dublei curburi;

d) posibilitatea utilizării în mai mare măsură a energiei potențiale de deformație în vederea reducerii consumului de ciment și oțel, fără a afecta în aceeași măsură gradul de siguranță al sistemului;

e) dirijarea eforturilor și deformațiilor prin precomprimarea plăcii subțiri sau prin prevederea unui tirant diagonal de beton precomprimat.

În cele ce urmează se fac unele considerații privind oportunitatea adoptării și posibilitățile de calcul ale unor sisteme de acoperire de tipul paraboloizilor hiperbolici, cu contur pătrat sau dreptunghiular, rezemate în patru colțuri și avînd legături diagonale precomprimate cu armături preîntinse sau postîntinse, pe direcția parabolei principale.

2. Structură de acoperire tip PH, cu grinzi marginale de beton armat și tirant diagonal de beton precomprimat

Se consideră că în etapa următoare de dezvoltare a construcțiilor sistemele spațiale sub formă de plăci subțiri cu dublă curbură vor înlocui sistemele liniare în vederea reducerii greutății proprii a construcțiilor, respectiv a consumurilor de materiale, ca urmare a modului lor superior de lucru sub acțiunea sarcinilor exterioare. Se apreciază că sistemele spațiale, atît cele pentru acoperire cît și cele care compun structura de rezistență, se vor dezvolta în mare măsură cînd se vor crea condiții pentru transportul acestora, la dimensiunile lor. Eliminarea restricțiilor care apar la transportul și montajul unor sisteme negabaritice se va realiza odată cu introducerea elicopterelor în lucrările de construcții-montaj.

În etapa actuală, una din posibilitățile de execuție a unor structuri de acoperire spațiale tip PH se poate obține prin preturnare și pretensionare pe șantier și apoi prin montarea lor cu macarale de mare capacitate sau liftarea lor în poziția de proiect. Prevederea unor grinzi marginale pe conturul plăcii subțiri și a unei legături diagonale rigide, de beton precomprimat (fig. 2), asigură preluarea în bune condiții a eforturilor secționale ce apar în fiecare fază de execuție, montaj și exploatare a sistemului.

Grinzile marginale și prezența tirantului diagonal pe direcția parabolei principale fac ca teoria de calcul în ipoteza de membrană să nu fie suficientă pentru proiectarea unei astfel de structuri. Pentru predimen-

sionare se aplică rezultatele obținute cu teoria de membrană, urmînd ca după stabilirea parametrilor structurali să se efectueze o analiză cît mai completă pe baza teoriei de încovoiere, ținînd seama de perturbațiile pe care le introduc grinzile marginale și tirantul de beton precomprimat, în vederea prevenirii cedărilor locale. Suplimentar apare problema determinării eforturilor secționale la precomprimarea tirantului (fascicule postîntinse) sau la transferul efortului de precomprimare (armătură aderentă, preîntinsă).

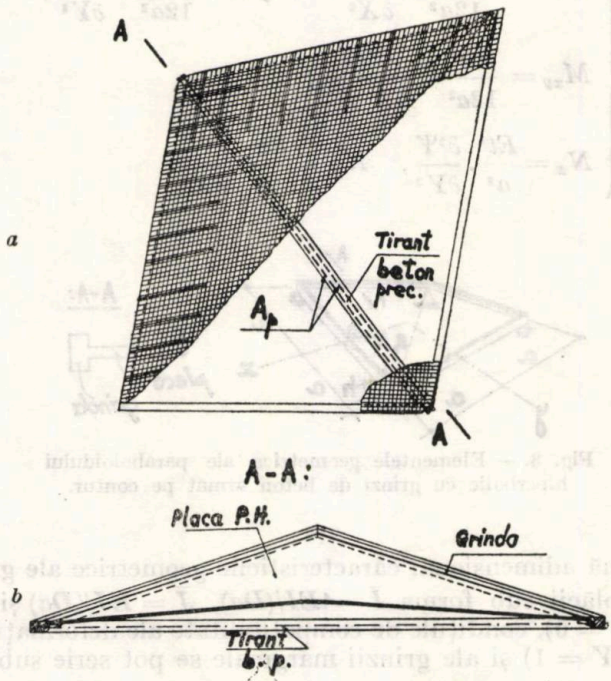


Fig. 2.—Paraboloid hiperbolic cu grinzi marginale de beton armat și tirant diagonal de beton precomprimat : *a*—vedere în plan orizontal ; *b* — secțiune transversală.

3. Influența marginilor asupra eforturilor din placă

La paraboloidul hiperbolic raportat la generatoare, la care generatoarele sînt linii asimptotice ale suprafeței, nu se poate aplica efectul de contur simplu, deoarece perturbațiile marginale se propagă adînc în interiorul suprafeței [1].

R.R. Russell și K.H. Gerstle analizează în [2] starea de eforturi ce se produce sub o încărcare uniform distribuită la structurile în formă paraboloizi hiperbolici, mărginite de grinzi, pe contur pătrat, rezemate în patru colțuri (fig. 3). Pentru o astfel de placă se exprimă adimensional ecuațiile fundamentale ale teoriei clasice de încovoiere, funcție de săgeata transversală w și funcția de tensiuni Φ :

$$(1) \qquad \frac{\partial^4 W}{\partial X^4} + 2\frac{\partial^4 W}{\partial X^2 \partial Y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial Y^4} + 24H\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X \partial Y} = 12\bar{P},$$

$$(2)\qquad \frac{\partial^4\Psi}{\partial X^4}+2\frac{\partial^4\Psi}{\partial X^2\,\partial Y^2}+\frac{\partial^4\Psi}{\partial Y^4}-2H\frac{\partial^2 W}{\partial X\partial Y}=0,$$

în care : $X = x/a$, $Y = y/a$, $W = w/t$, $H = h/t$, $\Psi = \Phi/(Et^2)$, $\overline{P} = qa^4/(Et^4)$. Eforturile secţionale se determină în [2] cu relaţiile :

$$(3)\qquad \begin{cases} M_x = -\dfrac{Et^4}{12a^2}\cdot\dfrac{\partial^2 W}{\partial X^2}, \quad M_y = -\dfrac{Et^4}{12a^2}\cdot\dfrac{\partial^2 W}{\partial Y^2}, \\ M_{xy} = \dfrac{Et^4}{12a^2}\cdot\dfrac{\partial^2 W}{\partial X\,\partial Y}; \\ N_x = \dfrac{Et^3}{a^2}\cdot\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial Y^2}, \quad N_y = \dfrac{Et^3}{a^2}\cdot\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial X^2}. \end{cases}$$

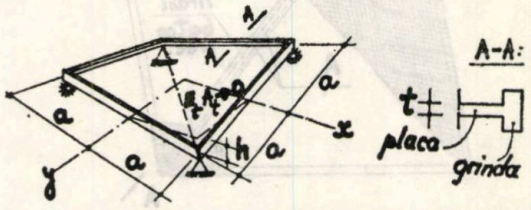


Fig. 3. — Elementele geometrice ale paraboloidului hiperbolic cu grinzi de beton armat pe contur.

Dacă se exprimă adimensional caracteristicile geometrice ale grinzilor marginale şi ale plăcii sub forma $\overline{I} = 4EI/(Da)$, $\overline{J} = EJ/(Da)$ şi $\overline{A} = A/(at)$, $D = Et^3/12$, ($\mu = 0$), condiţiile de compatibilitate ale deformaţiilor marginii plăcii (pentru $Y = 1$) şi ale grinzii marginale se pot scrie sub forma :

$$(4)\qquad \frac{\overline{I}}{4}\left(\frac{\partial^4 W}{\partial X^4}\right)_{Y=1}=\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial Y^2}+2\frac{\partial^2 W}{\partial X^2}\right)_{X=1}+3\overline{P}_m,$$

$$(5)\qquad \frac{\overline{J}}{2}\cdot\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial X\partial Y}\right)_{Y=1}=\left(\frac{\partial^2 W}{\partial Y^2}\right)_{Y=1},$$

$$(6)\qquad \overline{A}\left(\frac{\partial^3\Psi}{\partial X\partial Y^2}\right)_{Y=1}+\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial X\partial Y}\right)_{Y=1}=0, \qquad (7)\qquad \left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial X^2}\right)_{Y=1}=0.$$

$\overline{P}_m = 4q_m a^3/(Et^3)$ reprezintă încărcarea pe grinda marginală, exprimată adimensional, q_m fiind intensitatea sarcinii uniform distribuite pe grinda marginală.

Condiţiile la limită ale grinzilor marginale, la colţ, se exprimă astfel : a) pentru colţul ridicat (-1, 1) :

$$(8)\quad W_{\substack{X=-1\\Y=1}}=0, \quad (9)\quad 2\overline{J}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial X\partial Y}\right)_{\substack{X=-1\\Y=1}}=\overline{I}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial Y^2}\right)_{\substack{X=-1\\Y=1}}, \quad (10)\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial Y^2}\right)_{\substack{X=-1\\Y=1}}=0;$$

b) pentru colțul coborît (1, 1):

$$(11)\qquad W_{\substack{X=1\\Y=1}} = 0, \qquad (12)\qquad 2\bar{J}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial X \partial Y}\right)_{\substack{X=1\\Y=1}} = -\bar{I}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial Y^2}\right)_{\substack{X=1\\Y=1}}.$$

Condiția de deplasare nulă a punctelor de reazem, pentru cazul simetric, considerată prin integrarea componentelor deformației în plan, de-a lungul diagonalei $X = Y$, se exprimă prin relația:

$$(13)\qquad \sum\left[\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} - HX\frac{\partial W}{\partial Y}\right)dY - \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X \partial Y} + HY\frac{\partial W}{\partial Y}\right)dX\right]_{X=Y} = 0.$$

Ecuațiile fundamentale (1), (2), condițiile de compatibilitate (4) ... (7) și condițiile la limită în colțuri (8) ... (13) sînt suficiente pentru determinarea stării de eforturi și deformații. Transcriind ecuațiile diferențiale în diferențe finite se obține un sistem de ecuații algebrice liniare care se rezolvă cu ajutorul calculatorului electronic.

Russell și Gerstle determină în [2] starea de eforturi și deformații pentru diferite valori impuse parametrilor structurali (pentru $\bar{A} =$ = const. = 0,2) și pentru încărcări adimensionale unitare, întocmind „curbe de proiectare" cu ajutorul cărora se pot preciza rapid eforturile secționale și deformațiile unor astfel de sisteme.

În [3] s-a stabilit că influența rigidității axiale a grinzilor marginale este minimă. Curbele prezentate în [2] arată că săgețile și momentele datorite încărcării uniforme a plăcii sînt mult mai mici decît cele datorite încărcării grinzilor marginale, adică încărcarea plăcii este preluată în cea mai mare parte prin efect de membrană. Analiza prezentată în [2] arată că săgețile maxime datorite încărcărilor marginale se produc în mijlocul deschiderii grinzii marginale, pe cînd cele maxime, datorite încărcării uniforme a plăcii, se produc de-a lungul diagonalei corespunzătoare colțului ridicat, primele fiind mai mari decît ultimele.

La structurile PH pe contur pătrat, mărginite de grinzi, rezemate articulat la colțul coborît și simplu rezemat la colțul ridicat, greutatea proprie a grinzilor marginale reprezintă cauza principală a deformațiilor plăcii. Momentele încovoietoare în placă scad rapid de la valoarea maximă la marginile plăcii încastrate la valori mici în centrul plăcii, ceea ce concordă local cu teoria de membrană.

Aplicarea procedeului de calcul prezentat în [2] pentru determinarea eforturilor secționale și a deformațiilor în cazul PH-ului cu grinzi marginale și tirant de beton precomprimat, rezemat în patru colțuri, trebuie privită ca o problemă limită, pentru cazul în care $E_t A_t \to 0$.

4. Influența rigidității tirantului asupra eforturilor din placă

Starea de eforturi și deformații în placa curbă de tip PH, în general, pe contur dreptunghiular, poate fi influențată, în mare măsură, de rigiditatea tirantului diagonal [5], care are rolul de a limita deformarea plăcii în plan (fig. 4). Cea mai rațională deformație a plăcii rezemat-articulată în patru colțuri trebuie considerată aceea pentru care rigiditatea tirantului este

infinită. Practic, în condiţiile unei rigidităţi finite a tirantului diagonal, condiţiile de contur au forma :

$$(14)\quad \begin{cases} \text{pentru } x = 0 \text{ sau } x = a, & w = M_x = N_x = v = 0, \\ \text{pentru } y = 0, & w = M_y = N_y = u = 0, \\ \text{pentru } y = b, & w = M_y = N_y = \varepsilon_x = 0,\ u = u_k = \text{const.}, \end{cases}$$

între alungirea tirantului şi deformarea unghiului α existînd relaţia :

$$(15)\qquad u_k = \frac{\Delta l_t}{\cos \alpha}.$$

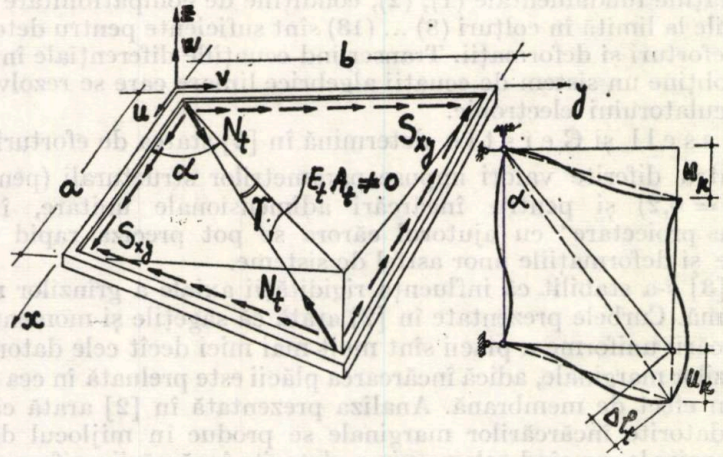


Fig. 4. — Schema de calcul a paraboloidului hiperbolic, cu tirant diagonal de beton precomprimat, la acţiunea încărcărilor exterioare.

Împingerea N_t se determină, conform teoriei tehnice a plăcilor curbe subţiri din condiţia de echilibru pe contur a forţelor de lunecare, iar deplasarea capătă valoarea :

$$(16)\qquad u_k = -\frac{l_t}{E_t A_t \cos^2 \alpha} \int_0^a S_{xy}|_{y=0}\, \mathrm{d}x.$$

În [5] problema se exprimă cu ajutorul funcţiilor săgeţilor w şi a tensiunilor φ, condiţiile de contur căpătînd forma :

$$(17)\quad \begin{cases} \text{pentru } x = 0 \text{ sau } x = a, & w = \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \dfrac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0, \\ \text{pentru } y = 0 \text{ sau } y = b, & w = \dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \dfrac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0. \end{cases}$$

Funcţia de tensiuni, φ, variază liniar de-a lungul conturului şi se anulează pentru $x=0$ şi $y=0$, $\varphi = \varphi_k x/a$ pentru $y = b$, $\varphi = \varphi_k y/b$ pentru $x=a$, funcţia φ

determinîndu-se din condiții marginale pentru un parametru necunoscut φ_k. Pe baza legăturii $S_{xy} = -\varphi_{xy}$ se determină deplasarea u_k:

$$u_k = \frac{a\varphi_k}{bE_tA_t\cos^3\alpha}. \tag{18}$$

Ecuația (18) completează condițiile de contur (17) și stabilește legătura între deformarea plăcii curbe în plan și mărimea funcției de tensiuni pe contur, în punctul de colț. În [4] rezolvarea problemei se efectuează cu ajutorul ecuațiilor variaționale mixte, admițînd parametrul φ_k necunoscut și variația $\Delta\varphi_k$ posibilă. Ecuația deformării plăcii curbe în plan, pentru un domeniu dreptunghiular, devine:

$$\frac{2(1+\mu)}{Et}\varphi_k = -\iint_A 2k_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}xy\,dx\,dy - au_k, \tag{19}$$

k_{xy}, t, D, E, μ fiind caracteristicile geometrice și fizice ale plăcii. Înlocuind (18) în relația (19) se obține:

$$\left[\frac{2(1+\mu)}{Et} + \frac{a^2}{E_tA_t\,b\cos^3\alpha}\right]\varphi_k = -\iint_A 2k_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}xy\,dx\,dy, \tag{20}$$

ecuație ce permite determinarea parametrului φ_k.

Admițînd pentru w și φ expresiile,

$$\begin{cases} w = \sum\limits_{m,n=1,3,5\ldots}^{\infty} A_{mn}\sin\dfrac{m\pi x}{a}\sin\dfrac{n\pi y}{b}, \\ \varphi = \sum\limits_{m,n=1,3,5\ldots}^{\infty} B_{mn}\sin\dfrac{(m+1)\pi x}{a}\sin\dfrac{(n+1)\pi y}{b} + \varphi_k\dfrac{xy}{ab}, \end{cases} \tag{21}$$

se determină coeficienții A_{mn} și B_{mn} din ecuațiile:

$$\begin{cases} \iint_A \left(D\nabla^2\nabla^2 w - 2k_{xy}\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y} - q\right)\sin\dfrac{m\pi x}{a}\sin\dfrac{n\pi y}{b}\,dx\,dy = 0, \\ \iint_A \left(\dfrac{1}{Et}\nabla^2\nabla^2\varphi + 2k_{xy}\dfrac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)\sin\dfrac{(m+1)\pi x}{a}\sin\dfrac{(n+1)\pi y}{b}\,dx\,dy = 0. \end{cases} \tag{22}$$

și φ_k din ecuația (20), funcție de A_{mn}.

Admițînd că soluția sistemului astfel obținut poate fi determinată ca o funcție de rigiditatea tirantului, se poate stabili starea de tensiune în placa curbă pentru diferite rigidități impuse tirantului. Pentru exprimarea adimensională a ecuațiilor (22), respectiv (20), se utilizează notațiile: $a/b = \beta$, $\bar{A}_{mn} = A_{mn}/t$, $\bar{B}_{mn} = B_{mn}/D$, $f/t = \delta$, $k_{xy} = f/(ab)$, $\bar{q} = a^2b^2q/(Dt\pi^2)$, $\bar{\varphi}_k = \varphi_k/D$, $\mu = 0{,}25$ și se obține:

$$\frac{m^4 + 2m^2n^2\beta^2 + n^4\beta^4}{4\beta^2}\pi^4\bar{A}_{mn} - \frac{8mn(m+1)(n+1)\delta}{(2m+1)(2n+1)}\bar{B}_{mn} - \frac{8\delta}{mn\pi^2}\bar{\varphi}_k - \frac{4\bar{q}}{mn} = 0, \tag{23}$$

$$\frac{96mn(m+1)(n+1)\delta}{(2m+1)(2n+1)}(1-\mu^2)\bar{A}_{mn} + \frac{(m+1)^4 + 2(m+1)^2(n+1)^2\beta^2 + (n+1)^4\beta^4}{4\beta^2}\pi^4\bar{B}_{mn} = 0, \tag{24}$$

$$\frac{8\delta}{mn\pi^2}\bar{A}_{mn} + \left[\frac{2(1+\mu)}{Et^2} + \frac{a^2}{t^2 E_t A_t b\cos^3\alpha}\right]D\bar{\varphi}_k = 0, \quad (m,n=1,3,5\ldots). \tag{25}$$

Din (25), pentru $\mu = 0{,}25$ și $\lambda = Eat \cdot 0{,}4\beta/(E_t A_t \cos^3\alpha)$ se obține:

$$\bar{\varphi}_k = -\frac{36}{\pi^2}\cdot\frac{\delta\bar{A}_{mn}}{mn(1+\lambda)}, \tag{26}$$

în care λ exprimă rigiditatea tirantului ($E_t A_t$) funcție de rigiditatea plăcii curbe (Eat) la compresiune. În [5] problema a fost rezolvată pentru $\beta = 1$; 1,5; 2, pentru valorile δ posibile, care descriu geometria plăcii. Tabelele prezentate în [5] permit determinarea mărimii $\bar{A}_{11}$ funcție de rigiditatea impusă tirantului și încărcarea $\bar{q}$, apoi restul termenilor șirului (21) și $\bar{\varphi}_k$, funcție de $\bar{A}_{11}$. Între eforturile secționale exprimate adimensional și cele reale au loc relațiile:

$$M_x = \frac{Dt\pi^2}{a^2}\bar{M}_x, \quad N_x = \frac{D\pi^2}{b}\bar{N}_x, \quad S_{xy} = \frac{D\pi^2}{ab}\bar{S}_{xy}. \tag{27}$$

iar $w = t\bar{w}$; efortul de întindere din tirant este

$$N_t = \frac{D}{b\cos\alpha}\bar{\varphi}_k. \tag{28}$$

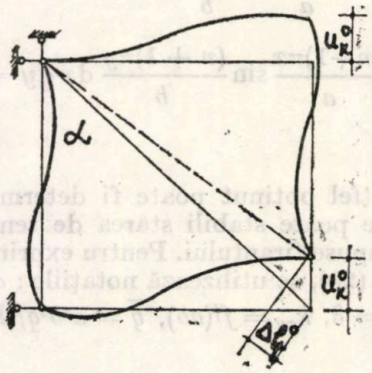


Fig. 5. — Schema de calcul a paraboloidului hiperbolic cu tirant diagonal de beton armat, la acțiunea precomprimării.

Precomprimarea asigură o rigiditate suficientă tirantului de beton armat și stabilitatea stării de eforturi și deformații în placa curbă. Precomprimarea tirantului cu armătură (A_p) postîntinsă este avantajoasă datorită tehnologiei mai simple, practicabilă pe șantier, dar mai puțin avantajoasă în ceea ce privește randamentul compensării greutății proprii a tirantului.

5. Efectul precomprimării asupra stării de eforturi în placa curbă

Soluția propusă în [5] poate fi folosită și pentru calculul plăcilor curbe tip PH, cu tirant de beton precomprimat, la acțiunea precomprimării tirantului, în faza inițială (fig. 5). În acest caz mărimea u_k^0 este cunoscută și parametrul φ_k^0, pentru faza inițială, se poate determina direct din ecuația :

$$\frac{2(1+\mu)}{Et}\varphi_k^0 = \iint_A 2k_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\,xy\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y + au_k^0, \tag{29}$$

în care : $u_k^0 = N_0\, l_t/(E_t\, A_t \cos^2\alpha)$ și $N_0 = A_p\,\sigma_{p0}$. Se obține :

$$\varphi_k^0 = \frac{Et}{2(1+\mu)}\left(\frac{8f}{mn\pi^2}A_{mn}^0 + au_k^0\right). \tag{30}$$

Cunoscînd valorile funcției de tensiuni pe contur, se transcriu ecuațiile încovoierii în diferențe finite și se obține un sistem de ecuații liniare cu soluții în w și φ care conduc la determinarea eforturilor secționale care apar în placa curbă la precomprimarea tirantului.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de beton armat și construcții hidrotehnice
și
Catedra de mecanică

BIBLIOGRAFIE

1. Beleș A., Soare M., *Paraboloidul eliptic și hiperbolic în construcții.* Ed. Tehn., Buc., 1964.
2. Russell R.R., Gerstle K.H., *Hyperbolic Paraboloid Structures on Four Supports.* J. of the Struct. Div. **94**, (1968).
3. Russell R.R., Gerstle K.H., *Bending of Hyperbolic Paraboloid Structures.* J. of the Struct. Div., **93** (1967).
4. Абовский Н. П., Самолянов И. И., *К расчету пологой оболочки типа гиперболического параболоида.* Строит. мех. и расчет сооружений, *6* (1969).
5. Самолянов И. И., *К расчету пологих оболочек типа гиперболического параболоида с учетом жесткости затяжки.* Строит. мех. и расчет сооружений, *6* (1976).

PARABOLOÏDES HYPÉRBOLIQUES AU TIRANT CONTRE-BRACONÉ EN BÉTON PRÉCONTRAINT

(Résumé)

On présente nombre de données concernant la calcul des paraboloïdes hypérboliques au tirant contre-braconé en béton précontraint. On fait des considérations sur les possibilités d'applications et les avantages de ce système constructif en vue de résoudre les halles — rez-de-chaussé ou des toitures aux piliers disposés en carrés.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.07 ; 691.3

METODOLOGIE DE OPTIMIZARE A PROIECTĂRII GRINZILOR PRECOMPRIMATE ÎN STADIUL DE CEDARE

DE

N. FLOREA, LIVIU GROLL și SERGIU COROBCEANU

1. Considerații generale

În proiectarea elementelor și structurilor de beton armat se manifestă tot mai puternic tendința de a îmbina armonios criteriile tehnice și economice. Atașînd metodelor de calcul static sau de dimensionare,relații matematice ce exprimă diverse aspecte economice, se obțin sisteme constructive eficiente, care determină efecte utile maxime.

Cercetările întreprinse în acest sens pentru elementele din beton precomprimat sînt mai puțin numeroase, deși în calculul și alcătuirea lor există preocupări susținute de a economisi și valorifica superior materialele de construcții.

Studiile întreprinse de autori urmăresc stabilirea celor mai economice soluții de grinzi precomprimate cu inimă plină. Elementele sînt considerate rezemate la extremități, au secțiunea în formă de T sau I, iar armătura activă prezintă un traseu rectiliniu. Pentru o gamă largă de sisteme constructive folosite în practica curentă (elemente de acoperiș, grinzi principale, grinzi de rulare etc.) se stabilește profilul optim și cantitatea de armătură corespunzătoare, pe baza minimizării funcției de cost. În efectuarea calculelor se consideră cunoscute unele caracteristici geometrice ale secțiunii de beton, ele fiind impuse de anumite cerințe constructive, funcționale sau rezultînd dintr-un calcul de predimensionare.

2. Principiul de determinare a înălțimii economice

Raționamentul utilizat în rezolvarea problemei pornește de la premisa că în secțiunea de moment maxim, înălțimea economică (h_e) conduce la un minim al funcției de cost.

Pentru secțiunea din fig. 1, costul pe unitatea de lungime se exprimă cu ajutorul relație:

$$(1) \qquad F = [b(h_0 + a) + (b_s - b)h_s + (b_i - b)h_i]C_b + \gamma_a A_p C_{ap} + \frac{Pa}{l},$$

unde : C_b reprezintă costul unitar al betonului, [lei/m³], C_{ap} — costul unitar al armăturii, [lei/kg], γ_a — greutatea specifică a armăturii, [daN/m³], l — lungimea elementului, [m], P_a — costul unitar al armăturii pasive, [lei/kg].

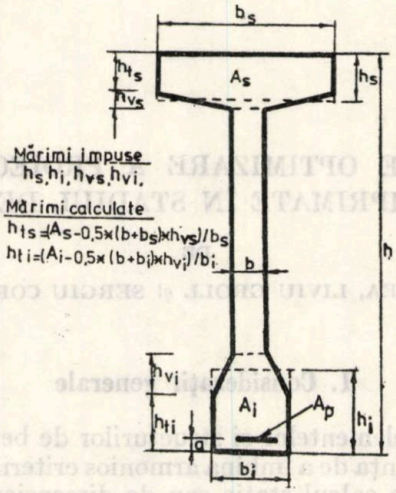


Fig. 1

Dacă se presupun cunoscute : lățimea nervurii (b), dimensiunile tălpilor (b_s, h_s, b_i, h_i) precum și cantitatea și costul armăturii pasive, care se stabilesc prin comparație cu elementele de gabarit și caracteristici de încărcare similare, se constată că funcția F depinde de modul de variație al lui h_0 și A_p, adică

$$F = f_1(h_0, A_p).$$

Cele două caracteristici ale secțiunii nu constituie variabile independente. Ecuațiile de echilibru mecanic, scrise pentru starea limită de rezistență, oferă posibilitatea evidențierii dependenței dintre h_0 și A_p. Astfel, din ecuația de proiecții de forțe se deduce :

$$A_p = f_2(x)$$

iar din ecuația de echilibru de momente se constată că :

$$x = f_3(h_0).$$

Rezultă că funcția F poate fi exprimată sub forma :

$$F = f_4(h_0).$$

Valoarea înălțimii utile care conduce la un minimum al funcției de cost se deduce din ecuația :

$$\frac{dF(h_0)}{dh_0} = 0. \tag{2}$$

Ea reprezintă soluția economică a problemei, variația acesteia în lungul grinzii fiind afină cu cea a momentului încovoietor.

În rezolvarea problemei expuse mai sus apar o serie de dificultăți de natură teoretică și practică. Din punct de vedere teoretic greutățile sînt generate de faptul că inițial nu este cunoscută nici poziția axei neutre (x), nici valoarea efortului unitar în armătura activă în momentul cedării secțiunii ($\sigma_{pl} = m_p R_p$). Pentru a soluționa problema în acest caz este necesar să se recurgă la un calcul iterativ. În acest sens se impune o valoare uzuală pentru efortul σ_{pl} și se presupune că zona comprimată se extinde pe o anumită înălțime a secțiunii transversale. Calculul efectuat are drept scop verificarea ipotezelor introduse și corectarea lor succesivă (dacă este cazul) pînă se constată o concordanță satisfăcătoare între valorile adoptate inițial și cele rezultate. În cadrul metodei preconizate se stabilesc mai întîi relații de dimensionare pentru cele două situații definite de axa neutră. Pentru o anumită poziție a axei neutre și considerînd o valoare arbitrară a coeficientului condițiilor de lucru (m_p), se determină, cu relații corespunzătoare cazului considerat: înălțimea utilă economică (h_{0e}), cantitatea de armătură (A_{pe}) și înălțimea relativă a zonei comprimate (ξ_e). Dacă valoarea lui ξ_e rezultată din calcul definește o poziție a axei neutre în concordanță cu ipoteza făcută, relațiile de dimensionare au fost utilizate corect și este posibil să se determine în continuare mărimea exactă a coeficientului m_p. Este puțin probabil ca valoarea acestuia, găsită prin calcul, să coincidă cu cea impusă. Dacă totuși această situație are loc, mărimile h_{0e} și A_{pe} sînt corect determinate și calculul are un caracter definitiv. Dacă coeficientul m_p, rezultat din calcul, diferă de cel adoptat inițial, se procedează la corectarea lui. Se impune ca element inițial valoarea lui m_p obținută după prima iterație și se refac calculele, operația repetîndu-se de atîtea ori pînă cînd diferența dintre două valori succesive este suficient de mică. În cazul cînd axa neutră nu a fost localizată cu exactitate prin ipoteza făcută inițial, este necesar să se folosească relațiile de dimensionare corespunzătoare poziției sale corecte, urmînd să se asigure, printr-un procedeu similar cu cel expus mai sus, concordanța dintre valoarea impusă a lui m_p și cea rezultată. Dificultățile de ordin practic sînt generate de faptul că în procesul de execuție și exploatare a elementelor este necesar să se țină seamă de o serie de considerente constructive, tehnologice sau funcționale.

3. Relații de calcul cînd axa neutră trece prin nervură ($x > h_s$)

Dacă coeficientul condițiilor de lucru pentru armătura pretensionată (m_p) este cunoscut, din ecuația de proiecții de forțe (fig. 2):

$$[bx + (b_p - b)h_s]R_c = A_p \sigma_{pl}$$

se deduce aria secțiunii de armătură activă:

$$A_p = b(x + \beta h_s)\frac{R_c}{\sigma_{pl}}, \tag{3}$$

unde:

$$\beta = \frac{b_p}{b} - 1.$$

Din ecuația de echilibru de momente, explicitată în raport cu centrul de greutate al armăturii active, se deduce înălțimea relativă a zonei comprimate :

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - \frac{M}{0{,}425\, bh_0^2 R_c} + \frac{2\beta h_s}{h_0} - \frac{\beta h_s^2}{h_0^2}}. \tag{4}$$

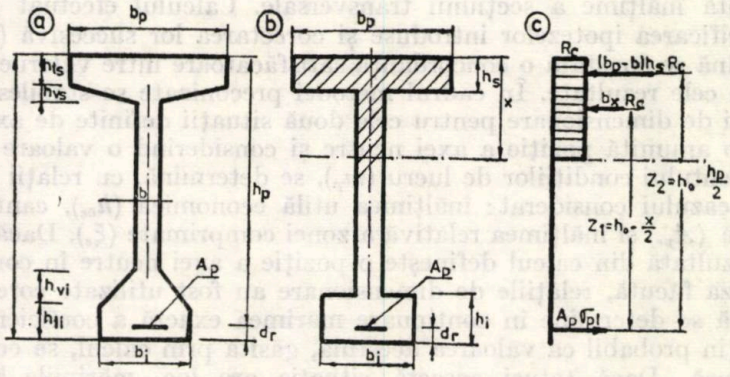


Fig. 2

Deoarece momentul încovoietor în secțiunea mediană, în cazul încărcării uniform distribuite, poate fi exprimat sub forma :

$$M = G + Ch_0,$$

unde :

$$G = \frac{l^2}{8}\{q + [ba + (b_s - b)h_s + (b_i - b)h_i]\gamma_b, \qquad C = \frac{l^2 b\gamma_b}{8},$$

relația (4) devine :

$$\xi = 1 - \sqrt{D - E + P - R}, \tag{4 a}$$

termenii de sub radical avînd următoarele semnificații :

$$\begin{cases} D = 1 - \dfrac{G}{0{,}425\, bh_0^2 R_c}, & E = \dfrac{C}{0{,}425\, bh_0 R_c}, \\ P = \dfrac{2\beta h_s}{h_0}, & R = \dfrac{\beta h_s^2}{h_0^2}. \end{cases} \tag{5}$$

Pentru ca ξ să fie o mărime reală este necesar ca :

$$D - E + P - R \geqslant 0,$$

de aici rezultînd valoarea limită a înălțimii utile :

$$h_0^{\lim} = \left(\frac{C}{0{,}85\, bR_c} - \beta h_s\right) \pm \sqrt{\left(\frac{C}{0{,}85\, bR_c} - \beta h_s\right)^2 + \frac{2(G + 0{,}425\,\beta bh_s^2 R_c)}{0{,}85\, bR_c}}. \tag{6}$$

Utilizînd notația :

$$S = [b(h_0 + a) + (b_s - b)h_s + (b_i - b)h_i]C_b + \frac{P_a}{l}$$

și ținînd cont de relația (3), expresia funcției de cost devine :

(1 a) $$F = S + b\gamma_a C_{ap}(x + \beta h_s)\frac{R_c}{\sigma_{pl}}.$$

Minimul acestei funcții este atins pentru valoarea lui h_0 care anulează derivata :

(7) $$\frac{dF}{dh_0} = bC_b + b\gamma_a C_{ap}\frac{R_c}{\sigma_{pl}} \cdot \frac{dx}{dh_0}.$$

Deoarece :

$$\frac{dx}{dh_0} = \xi + h_0\frac{d\xi}{dh_0},$$

dacă se ține cont de relația (4 a), se introduce expresia lui dx/dh_0 în relația (7) și se egalează cu zero, după ordonarea termenilor se găsește :

(8) $$\frac{C_b}{\gamma_a C_{ap}} + \frac{R_c}{\sigma_{pl}} = \frac{R_c}{\sigma_{pl}} \cdot \frac{1 - 0{,}5E + 0{,}5P}{\sqrt{D - E + P - R}}.$$

Notînd :

$$\mu = \frac{C_b}{\gamma_a C_{ap}} \quad \text{și} \quad \omega = \frac{\mu + R_c/\sigma_{pl}}{R_c/\sigma_{pl}}$$

se obține ecuația :

(9) $$\omega^2(D - E + P - R) = (1 - 0{,}5E + 0{,}5P)^2.$$

Exprimînd termenii D, E, P și R în funcție de caracteristicile geometrice și mecanice ale secțiunii, grupînd și introducînd notațiile :

$$U = 0{,}85^2 b^2 R_c^2(\omega^2 - 1),$$
$$V = (1{,}7\, bCR_c - 2.0{,}85^2\beta\, b^2\, h_s\, R^2)(\omega^2 - 1),$$
$$W = 1{,}7\, bGR_c\,\omega^2 + 0{,}85^2\beta\, b^2\, h_s^2\, R_c^2(\omega^2 + \beta) - 1{,}7\beta h_0\, CR_c + C^2,$$

ecuația (9) devine :

(9 a) $$Uh_{oe}^2 - Vh_{oe} - W = 0.$$

4. Relații de calcul cînd axa neutră trece prin placă ($x > h_s$)

Din ecuația de echilibru de forțe, scrisă pentru starea limită de rezistență (fig. 3) :

$$b_p\, x_p\, R_c = A_p\, \sigma_{pl},$$

se determină secțiunea armăturii active :

(10) $$A_p = \frac{b_p\, x_p\, R_c}{\sigma_{pl}}.$$

Ecuația de echilibru de momente oferă posibilitatea determinării înălțimii relative a zonei comprimate :

$$\xi_p = 1 - \sqrt{1 - \frac{M}{0{,}425\, b_p h_0^2 R_c}}. \tag{11}$$

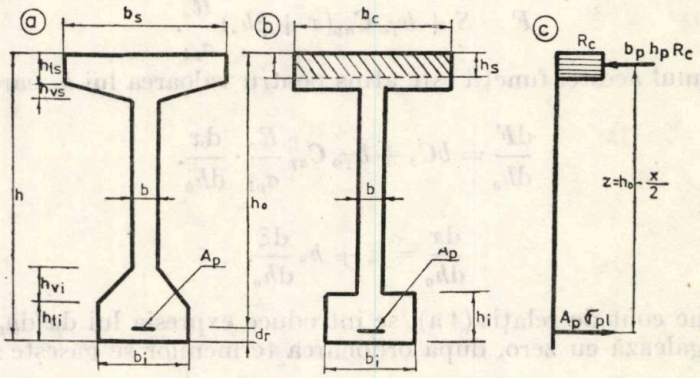


Fig. 3

Deoarece momentul încovoietor variază liniar în raport cu înălțimea utilă a secțiunii, relația (11) devine :

$$\xi_p = 1 - \sqrt{D_p - E_p}, \tag{11 a}$$

unde s-a notat :

$$D_p = 1 - \frac{G}{0{,}425\, b_p h_0^2 R_c}, \qquad E_p = \frac{C}{0{,}425\, b_p h_0^2 R_c}. \tag{12}$$

Impunînd condiția ca ξ_p să fie o mărime reală, adică

$$D_p - E_p \geqslant 0,$$

rezultă la limită :

$$h_0^{\lim} = \frac{C}{0{,}85\, b_p R_c} \pm \sqrt{\left(\frac{C}{0{,}85\, b_p R_c}\right)^2 + \frac{2G}{0{,}85\, b_p R_c}}. \tag{13}$$

Dacă se ține cont de relația (10), funcția de cost se exprimă sub forma :

$$F = S + b_p \gamma_a C_{ap} x_p \frac{R_c}{\sigma_{pl}}. \tag{14}$$

Această funcție prezintă un minim pentru valoarea lui h_0 care anulează derivata :

$$\frac{dF}{dh_0} = bC_b + b_p \gamma_a C_{ap} \frac{R_c}{\sigma_{pl}} \cdot \frac{dx_p}{dh_0}. \tag{15}$$

Întrucît :

$$\frac{dx_p}{dh_0} = \xi_p + h_0 \frac{d\xi_p}{dh_0},$$

dacă se ține seama de relația (11), se introduce expresia lui dx_p/dh_0 în relația (15) și se egalează cu zero, se găsește :

$$\frac{bC_b}{b_p \gamma_a C_{ap}} + \frac{R_c}{\sigma_{pl}} = \frac{R_c}{\sigma_{pl}} \cdot \frac{1 - 0{,}5E_p}{\sqrt{D_p - E_p}} . \tag{16}$$

Notînd :

$$\mu_p = \frac{bC_b}{b_p \gamma_a C_{ap}} \quad \text{și} \quad \omega_p = \frac{\mu_p + R_c/\sigma_{pl}}{R_c/\sigma_{pl}}$$

se obține ecuația :

$$\omega_p^2(D_p - E_p) = (1 - 0{,}5E_p)^2 \tag{17}$$

care, după înlocuirea termenilor D_p, E_p prin expresiile (12), devine :

$$U_p h_{0e}^2 - V_p h_{0e} - W_p = 0, \tag{18}$$

unde coeficienții U_p, V_p, W_p se exprimă în funcție de datele inițiale cu relațiile :

$$U_p = 0{,}85^2 b_p^2 R_c^2(\omega_p^2 - 1), \quad V_p = 1{,}7 b_p C R_c (\omega_p^2 - 1),$$

$$W_p = 1{,}7 b_p G R_c \omega_p^2.$$

5. Calculul secțiunii de beton și armătură

Relațiile deduse pot fi utilizate eficient la stabilirea caracteristicilor optime ale elementelor considerate dacă sînt incluse în cadrul unei metodologii de calcul iterativ. Această metodologie comportă o succesiune de operații prin care se urmărește realizarea unei concordanțe satisfăcătoare între ipoteză și realitate, între valorile impuse și cele deduse.

Presupunînd că axa neutră trece prin nervură și atribuind o valoare uzuală coeficientului m_p se calculează cu relația (4) înălțimea relativă a zonei comprimate (ξ_e) și apoi mărimea ei absolută (x_e).

Dacă rezultă $x_e > h_s$, atît h_{0e} cît și ξ_e au fost evaluate corect și urmează să se determine cu relația (3) cantitatea de armătură corespunzătoare.

Secțiunea transversală a elementului fiind definită în totalitate, se poate calcula valoarea reală a coeficientului m_p, folosind relația :

$$m_{pr} = \frac{1 - k\alpha_p}{2} + \sqrt{\left(\frac{1 - k\alpha_p}{2}\right)^2 + k\left(\frac{b_p - b}{bh_{0e}}\right)h_s}, \tag{19}$$

unde :

$$k = 0{,}3 \text{ iar } \alpha_p = \frac{A_{pe} R_p}{bh_{0e} R_c} .$$

Adoptînd o anumită toleranță (ε_1) se verifică condițiile în care valoarea introdusă inițial (m_p) se încadrează sau nu în cîmpul de valori $m_{pr} \pm \varepsilon_1$.

Atunci cînd

$$m_p < m_{pr} - \varepsilon_1 \text{ sau } m_p > m_{pr} + \varepsilon_1$$

mărimea efectivă a coeficientului condițiilor de lucru al armăturii se consideră diferită de cea impusă și este necesar să se redimensioneze secțiunea.

Pentru a spori convergența procesului pe de o parte și pentru a elimina caracterul arbitrar al evaluării efortului unitar σ_{pl}, pe de altă parte, se adoptă ca element inițial valoarea lui m_p rezultată din calcul.

Aceste operații se repetă pînă cînd sînt satisfăcute inegalitățile :

$$m_{pr} - \varepsilon_1 \leqslant m_p \leqslant m_{pr} + \varepsilon_1.$$

În cazul cînd axa neutră nu a fost localizată cu exactitate, și după determinarea lui ξ_e a rezultat $x \leqslant h_s$, trebuie să se recurgă la relații de calcul corespunzătoare situației în care zona comprimată se extinde numai pe o anumită porțiune a tălpii superioare. Înălțimea utilă economică se calculează cu relația (18), iar poziția axei neutre va fi evaluată prin intermediul relației (11).

În continuare se determină cantitatea de armătură (A_{pe}) folosind (10) și se poate stabili valoarea reală a coeficientului m_p, care are expresia :

$$m_{pr} = 1 - \frac{kA_{pe}\,R_p}{b_p\,h_{0e}\,R_c}. \tag{20}$$

Concordanța dintre m_p și m_{pr} se obține folosind procedeul expus mai sus.

La determinarea înălțimii secțiunii de beton și armătură s-a presupus cunoscută poziția centrului de greutate al armăturii (a).

Este necesar să se adopte un mod de distribuție al armăturii, să se afle poziția efectivă a centrului său de greutate (a_p) și să se cerceteze corespondența dintre cele două poziții.

Operațiile de dimensionare sînt încheiate și rezultatele considerate satisfăcătoare în limitele toleranței admise (ε_2), dacă sînt satisfăcute condițiile :

$$a_p - \varepsilon_2 \leqslant a \leqslant a_p + \varepsilon_2.$$

Primită la 13 octombrie 1979

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de beton armat și construcții hidrotehnice

BIBLIOGRAFIE

1. Pop Al., *Criterii tehnico-economice în proiectarea betonului armat.* Teză de doctorat, Inst. polit. „Traian Vuia", Timișoara, 1974.
2. Florea N., Corobceanu S., *Optimal Dimensioning of Flexed Prestressed Elements.* Bul. Inst. polit., Iași, XXII (XXVI), *1—2*, s. V (1976).

MÉTHODOLOGIE CONCERNANT LE CALCUL OPTIMAL DES POUTRES PRÉCONTRAINTES A L'ÉTAT DE RUPTURE

(Résumé)

On présente une nouvelle méthodologie destinée à rendre le calcul des poutres précontraintes à âme pleine plus avantageux au point de vue économique. Les poutres en forme de I et leurs armatures présentent des trajets rectilignes.

Le profil optimum et la quantité correspondante d'armature se réalisent en étudiant le minimum de la fonction mathématique qui exprime le prix de revient.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.K. 624.07 ; 691.7

BESTIMMUNG DES MASSGEBENDEN QUERSCHNITTES FÜR DURCH NIET- UND SCHRAUBENLÖCHER GESCHWÄCHTEN ZUGSTÄBE

VON

CHIMON CAPATU, C. JANTEA, N. BENCHEA, RUDOLF MÜHLBÄCHER, FLORIN VARLAM, TEODOR BROŞTEANU und GABRIEL AXINTE

1. Einführung

Der allgemeine Spannungsnachweiß eines durch Niet- oder Schraubenlöcher geschwächten Zugstabes erfolgt mit der Beziehung :

$$\sigma = \frac{N}{A_n} \leqslant \sigma_{zul.}\,, \tag{1}$$

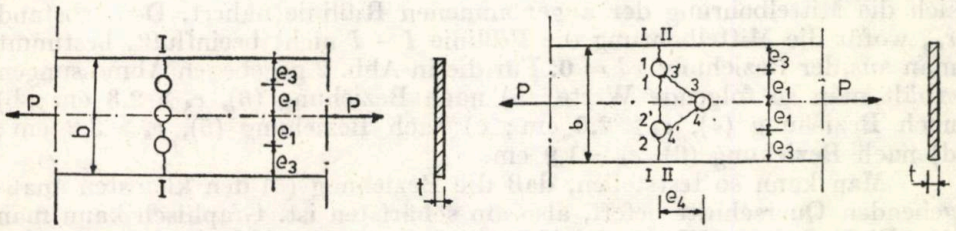
wobei N die Zuglängskraft des Stabes und A_n — der maßgebende Querschnittswert darstellen.

Im Folgenden befasst man sich mit der Bestimmung des maßgebenden Querschnittes (A_n).

2. Bestimmung des massgebenden Stabquerschnittes

Bei Zugstäben mit Lochanordnung laut Abb. 1 *a* ist die Bestimmung des maßgebenden Querschnittes offensichtlich, da die ungünstigste Rißlinie rechtwinklig zur Stablängsachse über die Stabbreite verläuft. Bei versetzten Löchern ergeben sich gebrochene Linienzüge (Abb. 1 *b*), bzw. Zick-Zack-Linien oder Diagonalen.

In diesem Fall geht man von folgender Feststellung aus : falls $e_4 = 0$, zieht man von der Bruttobreite (Rißlinie $I-I$) drei Lochdurchmesser ab. Für einen genügend großen Wert von e_4 kann man von der Brutto-



a Abb. 1 b

stabbreite zwei Lochdurchmesser abziehen, wobei der Einfluß des versetzten Loches gleich Null ist. Für einen Zwischenwert e_4, muß von der Bruttostabbreite zwei Lochdurchmesser und ein Zusatzwert xd abgezogen werden, um den Einfluß des versetzten Loches einzubeziehen, sodaß:

$$b_n = b_{I-I} - 2d - xd, \quad 0 \leqslant x \leqslant 1. \tag{2}$$

Man muß nun den xd-Wert in Abhängigkeit von e_4 finden. Dafür wurden verschiedene Beziehungen vorgeschlagen.

V. Cochrane folgerte, daß die Festigkeit des Querschnittes nach den zwei möglichen Rißlinien $I-I$ und $II-II$ dann gleich ist, wenn die maximalen Normalhauptspannungen gleich sind, und erhielt somit:

$$xd = 2e_1 - \frac{4(e_1^2 + e_4^2 - d\sqrt{e_1^2 + e_4^2})}{e_1 + \sqrt{e_1^2 + 4e_4^2}} - d. \tag{3}$$

Die amerikanischen Bemessungsvorschriften verwenden eine einfachere Beziehung, u.z.:

$$xd = d - \frac{e_4^2}{2e_1}. \tag{4}$$

P. Bijlaard, auf Grund der Formveränderungshypothese und Gleichsetzen der Festigkeit der zwei möglichen Rißlinien $I-I$ und $II-II$, gelangte zu einem Ausdruck der Form:

$$xd = 2e_1 - \frac{2(e_1^2 + e_4^2 - d\sqrt{e_1^2 + e_4^2})}{\sqrt{e_1^2 + 3e_4^2}} - d. \tag{5}$$

Die deutschen und rumänischen Vorschriften bestimmen den Wert xd aus dem Gleichsetzen der Rißlinienlänge $I-I$ und $II-II$, sodaß:

$$xd = 2e_1 - 2\sqrt{e_1^2 + e_4^2} + d. \tag{6}$$

Im Folgenden werden die experimentell erhaltenen Daten mit den theoretischen laut Gleichungen (3) ... (6) verglichen.

3. Versuche und Versuchsergebnisse

Für die Versuchsdurchführung verwendete man Prüfkörper aus OL 37 mit Abmessungen laut Abb. 2. Für verschiedene Abstände der Mittelbohrung von der angenommenen Rißlinie $I-I$, wächst der xd-Wert, wenn sich die Mittelbohrung der angenommenen Rißlinie nähert. Den Abstand e_4, wofür die Mittelbohrung die Rißlinie $I-I$ nicht beeinflußt, bestimmt man aus der Beziehung $xd = 0$. Für die in Abb. 2 gegebenen Abmessungen erhält man so folgende Werte: a) nach Beziehung (3), $e_4 \geqslant 2{,}3$ cm; b) nach Beziehung (4), $e_4 \geqslant 2{,}6$ cm; c) nach Beziehung (5), $e_4 \geqslant 3{,}2$ cm; d) nach Beziehung (6), $e_4 \geqslant 1{,}9$ cm.

Man kann so feststellen, daß die Beziehung (5) den kleinsten maßgebenden Querschnitt liefert, also am schärfsten ist. Graphisch kann man den Einfluß des x-Wertes in Abhängigkeit von e_4 (Abb. 3) darstellen.

Es wurden 7 Typen von je 4 Prüflingen, u.z. mit dem Abstand $e_4 =$ $=3{,}2;\ 2{,}6;\ 2{,}3;\ 1{,}9;\ 0{,}7$ und $0{,}0$ untersucht. Die Fließgrenze (σ_c) wurde experimentell, unter Verwendung von 5 Prüflingen nach Abb. 2 bestimmt. Anschliessend maß man die Fließgrenze für jeden Typ der Lochstäbe. Die Versuche wurden mit einer Universalprüfmaschine von 1 000 kN durchgeführt. Gleichfalls bestimmte man theoretisch die Fließkräfte für jeden Typ der Prüflinge, auf Grund der maßgebenden Querschnitte laut angegebenen Theorien.

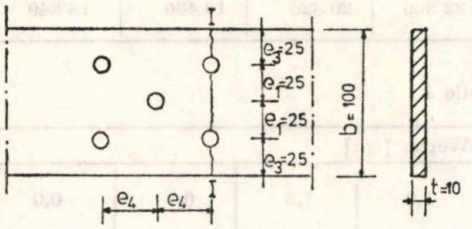


Abb. 2

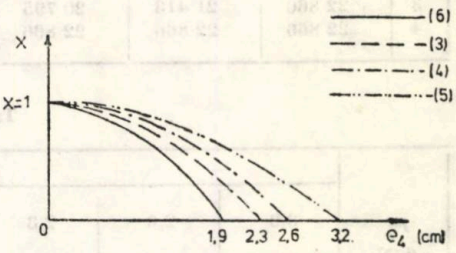


Abb. 3

In Tabelle 1 sind die *xd*-Werte laut Beziehungen (3) .... (6) für das Mass e_4 angegeben. In Tabelle 2 sind die Nettoquerschnittswerte für jeden Prüflingstyp für dieselben e_4-Werte angegeben, wobei die Nettoprüflingsbreite mit (2) berechnet wurde. In Tabelle 3 sind die analytisch bestimmten Fließkräfte (P_c^a) angegeben, wobei für $\sigma_c = 3\,090$ daN/cm² angenommen wurde. In Tabelle 4 sind die Mittelwerte der Fließkräfte für je 4 Prüflinge des gleichen Typs angegeben, die mit der Prüfmaschine bestimmt worden sind.

Tabelle 1

Nr.	Beziehung	*xd*-Werte für e_4-Maß, [cm]						
		3,2	2,6	2,3	1,9	1,3	0,7	0,0
1	(3)	0	0	0	0,42	0,90	1,20	1,30
2	(4)	0	0	0,24	0,58	0,96	1,20	1,30
3	(5)	0	0,47	0,67	0,90	1,16	1,28	1,30
4	(6)	0	0	0	0	0,66	1,11	1,30

Tabelle 2

Nr.	A_n für verschiedene e_4-Werte, $A_{net} = b_{net}\, t$, [cm²]						
	3,2	2,6	2,3	1,9	1,3	0,7	0,0
1	7,40	7,40	7,40	6,98	6,50	6,20	6,10
2	7,40	7,40	7,16	6,82	6,54	6,20	6,10
3	7,40	6,93	6,73	6,50	6,24	6,12	6,10
4	7,40	7,40	7,40	7,40	6,74	6,29	6,10

Tabelle 3

Nr.	Berechnete Fließkräfte für verschiedene e_4-Werte, $P_c^a = A_{net}\,\sigma_c$, [daN]						
	3,2	2,6	2,3	1,9	1,3	0,7	0,0
1	22 866	22 866	22 866	21 568	20 085	19 158	18 849
2	22 866	22 866	22 124	21 073	20 208	19 158	18 849
3	22 866	21 413	20 795	20 085	19 281	18 910	18 849
4	22 866	22 866	22 866	22 866	20 826	19 436	18 849

Tabelle 4

P_c^e daN	e_4-Werte, [cm]						
	3,2	2,6	2,3	1,9	1,3	0,7	0,0
	22 511	22 505	22 310	21 255	20 023	19 262	18 972

Es wurde anschliessend ein experimenteller Nettoquerschnitt (A_n^e) bestimmt, auf Grund der experimentell erhaltenen Kräfte (Tabelle 5). Mit diesem experimentell erhaltenen Nettoquerschnitt bestimmte man in Tabelle 6 den *xd*-Wert, der zum Nettoquerschnitt addiert werden muß, um die Werte aus Tabelle 5 zu erhalten.

Tabelle 5

$A_{net}^e = \frac{P_c^e}{\sigma_c}$ cm^2	e_4-Werte, [cm]						
	3,2	2,6	2,3	1,9	1,3	0,7	0,0
	7,28	7,28	7,22	6,88	6,48	6,23	6,14

Tabelle 6

$xd = \frac{A_{net}^e - A_{net}^{I-I}}{t}$ *xd*-Wert	e_4-Werte, [cm]						
	3,2	2,6	2,3	1,9	1,3	0,7	0,0
	0,12	0,12	0,18	0,52	0,92	1,17	1,26

Vergleicht man die experimentell erhaltenen *xd*-Werte (Tabelle 6) mit den berechneten (Tabelle 1), kann man sehen, daß man die beste Übereinstimmung mit den Versuchsdaten für die Formel aus den amerikanischen

Normen erhält. So konnte man experimentell für den xd-Wert durch graphische Auszeichnung folgende Beziehung ableiten :

$$xd = d - \frac{e_4^2}{1{,}83e_1} \quad (7)$$

4. Schlußfolgerungen

Man konnte experimentell klar den Einfluß der versetzten Mittelbohrung auf die Festigkeit der Prüfkörper feststellen, weil bei Abnahme des Masses e_4 man die Fließlinien zwischen den Löchern schneller beobachten konnte.

Die Nettoquerschnittsbestimmung bei versetzter Lochanordnung mit den Beziehungen (3) ... (6) führt zu verschiedenen Werten u.z. erhäft man die größten Abweichungen für (6) und die kleinsten für (4). Eine experimentell bestimmte Beziehung (7) nähert sich am besten den amerikanischen Vorschriften (4), welche aber auch ein wenig auf der unsicheren Seite zu sein scheinen.

Natürlich kann die Beziehung (7) verbessert werden, wenn man Prüflinge mit größeren Abmessungen verwendet, wobei die Fließkraftabweichungen für verschiedene e_4-Werte amwachsen und die graphische Interpolation präziser wird.

Eingegangen am 10. März 1979

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Verkehrswege und Gründungen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Harre W., *Ein Vergleich der deutschen und amerikanischen Vorschriften über die Berechnung des massgebenden Nettoquerschnittes zugbeanspruchter Stäbe.* Der Stahlbau, *3* (1975).
2. Mühlbächer R., Dumitrescu I., Jantea C., *Poduri metalice. Elemente generale și îmbinări* Inst. polit., Iași, 1974.
3. * * * STAS 1911-75, *Poduri metalice de cale ferată. Prescripții de proiectare.*

DETERMINAREA SECȚIUNII NETE PENTRU BARE ÎNTINSE SLĂBITE PRIN GĂURI DE NITURI SAU ȘURUBURI

(Rezumat)

Se urmărește determinarea secțiunii nete pentru bare solicitate la întindere, îmbinate cu nituri sau șuruburi, constatîndu-se abateri ale rezultatelor experimentale față de prescripțiile oficiale în vigoare. Se propune o relație pentru determinarea secțiunii nete, care a rezultat în urma efectuării încercărilor experimentale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 526

O METODĂ ANALITICĂ DE STEREOTRIANGULAȚIE ÎN DOMENIUL DISTANȚELOR FINITE

I. STEREOTRIANGULAȚIA CU PARAMETRI PARȚIAL PRECALIBRAȚI

DE

IULIAN C. BARBĂLATĂ

1. Introducere

În domeniul distanțelor finite, metodele fotogrametrice analitice, conjugate cu prelucrarea datelor la calculatoare electronice, s-au remarcat printr-o înaltă eficiență, atît din punct de vedere al flexibilității aplicării lor, cît și a gradului ridicat de precizie pe care-l conferă determinărilor propriu-zise.

În ultimii ani s-a manifestat pe plan mondial un interes major în aplicarea acestor metode la o mare varietate de proiecte tehnico-inginerești, dintre care reținatenția aplicațiile în domeniul măsurătorilor structurale și de deformații [1], [2], [5], [10], [16], în domeniul industrial [6] ... [9], [17], în domeniul științelor medicale etc. În majoritatea acestor aplicații produsul fotogrametric de bază constă dintr-o listă de coordonate care definesc pozițiile spațiale ale unui număr de puncte discrete, caracteristice modelului fizic cercetat. În cadrul acestor aplicații sînt exploatate din plin atributele metodelor analitice, putîndu-se asigura o configurație geometrică optimă a stațiilor (acoperiri 100 %), o înaltă precizie în măsurarea coordonatelor imagine (1 ... 2 μ) și ca rezultat, obținerea unor precizii ridicate a orientării relative a fotogramelor și a coordonatelor spațiale ale punctelor restituite.

În general, modelele matematice și algoritmii de calcul pentru domeniul distanțelor finite sînt adoptate din fotogrametria topografică, în special metodele de aerotriangulație, adaptîndu-le în mod corespunzător cazurilor particulare studiate. Deoarece în majoritatea acestor cazuri interesul major îl constituie pozițiile relative ale punctelor caracteristice ale structurii sau modelului fizic cercetat, este necesar a se lua în considerare faptul că în cadrul parametrilor de orientare exterioară, factorul de scară reprezintă elementul determinant ce caracterizează precizia coordonatelor punctelor stereotriangulate.

În principiu, în adoptarea modelelor matematice se folosesc metode proiective directe (DLT) și metode perspective iterative (ecuații de coliniaritate, ecuații de coplanaritate), care reclamă fie cunoașterea în prealabil a unei rețele de puncte de control absolute (PCA), fie elementele de orientare interioară și exterioară. În aplicațiile tehnico-inginerești există limitări destul de severe referitoare la numărul și precizia PCA, datorită atît costului ridicat cît și efortului necesar realizării unei asemenea rețele de puncte cu o precizie înaltă. Pe de altă parte, cunoașterea elementelor de orientare interioară presupune, în domeniul distanțelor finite, efectuarea unor calibrări permanente în funcție de distanța de focusare a imaginii și profunzimea obiectului înregistrat.

Aceste considerații ne-au condus la elaborarea unui nou model matematic de stereotriangulație analitică, aplicabil în condiții operaționale în domeniul distanțelor finite, în care sînt compensate simultan prin metoda celor mai mici pătrate (MCMMP), atît parametrii de transformare proiectivă

(PTP) cît și coordonatele spațiale ale unei rețele de puncte relative de control (PRC). În consecință, s-a optat pentru utilizarea maximă a informației fotogrametrice, evitîndu-se dependența față de ridicările clasice geodezice.

2. Modelul matematic proiectiv

Acest model este derivat din ecuațiile de coliniaritate, care pentru un punct $j = 1, 2, ..., n$, înregistrat din stația $i = 1, 2, ..., m$, au forma:

$$(2.1)\quad \begin{cases} x_{ij} = x_{p_i} + c_i \dfrac{A_i(X_j - X_i^c) + B_i(Y_j - Y_i^c) + C_i(Z_j - Z_i^c)}{D_i(X_j - X_i^c) + E_i(Y_j - Y_i^c) + F_i(Z_j - Z_i^c)}, \\ y_{ij} = y_{p_i} + c_i \dfrac{A_i' X_j - X_i^c) + B_i'(Y_j - Y_i^c) + C_i'(Z_j - Z_i^c)}{D_i(X_j - X_i^c) + E_i(Y_j - Y_i^c) + F_i(Z_j - Z_i^c)}, \end{cases}$$

în care: x_{ij}, y_{ij} — coordonatele imagine ale PRC; x_{p_i}, y_{p_i} — coordonatele imagine ale punctului principal; c_i — distanța principală;

$$\begin{bmatrix} A & B & C \\ A' & B' & C' \\ D & E & F \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} -\cos\alpha\cos\varkappa - \sin\alpha\sin\omega\sin\varkappa & \sin\alpha\cos\varkappa - \cos\alpha\sin\omega\sin\varkappa & \cos\omega\sin\varkappa \\ \cos\alpha\sin\varkappa - \sin\alpha\sin\omega\cos\varkappa & -\sin\alpha\sin\varkappa - \cos\alpha\sin\omega\cos\varkappa & \cos\omega\cos\varkappa \\ \sin\alpha\cos\omega & \cos\alpha\cos\omega & \sin\omega \end{bmatrix}$$

— matricea ortogonală de rotație ale cărei elemente, pentru cazul fotogramelor terestre, sînt funcții de unghiul azimutal α_i, unghiul de elevație ω_i și unghiul de rotație $\varkappa_i$; X_j, Y_j, Z_j — coordonatele în spațiu obiect ale PRC; X_i^c, Y_i^c, Z_i^c — coordonatele în spațiul obiect ale centrelor de proiecție.

Dezvoltînd membrul al doilea în ecuațiile de coliniaritate (2.1) și împărțind numărătorul și numitorul prin $-(D_i X_i^c + E_i Y_i^c + F_i Z_i^c) = -V_i$ rezultă:

$$(2.2)\quad x_{ij} = \frac{a_1^i X_j + a_2^i Y_j + a_3^i Z_j + a_4^i}{a_9^i X_j + a_{10}^i Y_j + a_{11}^i Z_j + 1}, \quad y_{ij} = \frac{a_5^i X_j + a_6^i Y_j + a_7^i Z_j + a^i}{a_9^i X_j + a_{10}^i Y_j + a_{11}^i Z_j + 1},$$

în care

$$(2.3)\quad \begin{cases} a_1^i = -\dfrac{1}{V_i}(x_p D + cA);\ a_2^i = -\dfrac{1}{V_i}(x_p E + cB)_i,\ a_3^i = -\dfrac{1}{V_i}(x_p F + cC)_i, \\ a_4^i = \dfrac{1}{V_i}(x_p D + cA)_i X_i^c + \dfrac{1}{V_i}(x_p E + cB)_2 Y_i^c + \dfrac{1}{V_i}(x_p F + cC)_i Z_i^c, \\ a_5^i = -\dfrac{1}{V_i}(y_p D + cA')_i,\ a_6^i = -\dfrac{1}{V_i}(y_p E + cB')_i,\ a_7^i = -\dfrac{1}{V_i}(y_p F + cC)_i, \\ a_8^i = \dfrac{1}{V_i}(y_p D + cA')_i X_i^c + \dfrac{1}{V_i}(y_p E + cB')_i Y_i^c + \dfrac{1}{V_i}(y_p F + cC')_i Z_i^c, \\ a_9^i = -\dfrac{D_i}{V_i},\ a_{10} = -\dfrac{E_i}{V_i},\ a_{11} = -\dfrac{F_i}{V_i}. \end{cases}$$

Relațiile (2.2) reprezintă ecuațiile de bază ale transformării liniare directe (DLT), în care cei 11 PTP sînt considerați independenți, ceea ce constituie una din aproximațiile metodei DLT. Deoarece ecuațiile (2.1) sînt definite de 9 parametri strict independenți (x_p, y_p, c, α, ω, $\varkappa$, X^c, Y^c, Z^c), pentru a obține o soluție exactă care să includă operația de stereotriangulație cu parametri de orientare interioară parțial precalibrați, sînt necesare, suplimentar, pentru fiecare stație i, cinci ecuații de constrîngere a PTP. Aceste ecuații rezultă din condițiile de ortogonalitate ale matricei de rotație și din relațiile (2.3) și sînt exprimate de funcțiile:

$$(2.4)\quad \begin{cases} F_1^i = Q_1^i - Q_2^i + \dfrac{1}{Q_3^i}(Q_5^2 - Q_4^2)' = 0, \quad F_2^i = Q_6^i - \dfrac{1}{Q_3^i} Q_4^i Q_5^i = 0, \\ F_3^i = \dfrac{Q_3^i}{Q_4^i} - x_{p_i} = 0, \quad F_4^i = \dfrac{Q_5^i}{Q_3^i} - y_{p_i} = 0, \quad F_5^i = \dfrac{Q_1^i}{Q_3^i} - \left(\dfrac{Q_4^i}{Q_3^i}\right)^2 - c_i^2 = 0, \end{cases}$$

în care x_{p_i}, y_{p_i}, c_i sînt elementele de orientare interioară precalibrate, iar auxiliarii Q_1^i, Q_2^i, ..., Q_6^i sînt definiți de expresiile:

$$(2.5)\quad \begin{cases} Q_1^i = (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)^i, & Q_4^i = (a_1 a_9 + a_2 a_{10} + a_3 a_{11})^i, \\ Q_2^i = (a_5^2 + a_6^2 + a_7^2)^i, & Q_5^i = (a_5 a_9 + a_6 a_{10} + a_7 a_{11})^i, \\ Q_3^i = (a_9^2 + a_{10}^2 + a_{11}^2)^i, & Q_6^i = (a_1 a_5 + a_2 a_6 + a_3 a_7)^i. \end{cases}$$

În soluția lui Bopp și Krauss [8], [9] coordonatele PCA se consideră lipsite de erori și, în consecință, compensarea se efectuează numai asupra PTP. Este evident că dacă se cunosc coordonatele PCA și coordonatele imagine corespunzătoare ale unui număr suficient de puncte (minimum 6), se pot determina PTP necunoscuți care pot fi folosiți ulterior în stereotriangulația propriu-zisă. Dar dacă cu două sau mai multe camere se înregistrează din poziții diferite o rețea de puncte reperate pe modelul fizic cercetat, acestea constituind PRC, atunci se pot considera ca necunoscute supuse compensării nu numai PTP, ci și coordonatele spațiale X_j, Y_j, Z_j ale acestor puncte, ale căror coordonate imagine x_{ij}, y_{ij} sînt observate pe fotogramele preluate din m stații ($m \geqslant 2$).

Această nouă ipoteză de abordare a modelului matematic proiectiv permite să se realizeze o compensare simultană prin MCMMP a tuturor observațiilor generate de n PRC și m stații, evitînd predeterminarea precisă a unei rețele de control absolute.

3. Compensarea observațiilor prin MCMMP

Pentru inițierea compensării sînt necesare aproximații inițiale ale PTP și ale coordonatelor PRC, care *a priori* sînt considerate cunoscute. Modul de determinare a acestor aproximații este dedus în [7] și nu face obiectul acestei lucrări.

Conform procedurii curente, ecuațiile de condiție ce rezultă din (2.2) se exprimă în acord cu notațiile din [10] sub forma:

$$(3.1)\qquad \begin{cases} ex_{ij} = x_{ij} - \dfrac{a_1^i X_j + a_2^i Y_j + a_3^i Z_j + a_4^i}{a_9^i X_j + a_{10}^i Y_j + a_{11}^i Z_j + 1} = 0, \\ ey_{ij} = y_{ij} - \dfrac{a_5^i X_j + a_6^i Y_j + a_7^i Z_j + a_8^i}{a_9^i X_j + a_{10}^i Y_j + a_{11}^i Z_j + 1} = 0. \end{cases}$$

PTP și coordonatele PRC pot fi exprimate în funcție de aproximațiile inițiale $(a_1^i)^0$, $(a_2^i)^0$, ..., $(a_{11}^i)^0$, X_j^0, Y_j^0, Z_j^0 și corecțiile δ prin setul de relații:

$$(3.2)\qquad \begin{cases} a_k^i = (a_k^i)^0 + \delta a_k^i, & (i = 1, 2, ..., m;\ k = 1, 2, ..., 11); \\ X_j = X_j^0 + \delta X_j, \quad Y_j = Y_j^0 + \delta Y_j^0, \quad Z_j = Z_j^0 + \delta Z_j. \end{cases}$$

Coordonatele imagine compensate x_{ij}, y_{ij} sînt exprimate în funcție de observațiile de bază x_{ij}^0, y_{ij}^0 și reziduurile vx_{ij}, vy_{ij} prin relațiile:

$$(3.3)\qquad x_{ij} = x_{ij}^0 + vx_{ij}, \qquad y_{ij} = y_{ij}^0 + vy_{ij}.$$

Substituția ecuațiilor (3.2) și (3.3) în (3.1) și liniarizarea acestor expresii prin dezvoltări în serii Taylor permite să se obțină ecuațiile de erori ce corespund unui punct j, înregistrat din stația i, sub forma:

$$(3.4)\qquad \underset{(2\times1)}{v_{ij}} + \underset{(2\times11)}{B_{ij}}\ \underset{(11\times1)}{\Delta_i} + \underset{(2\times3)}{D_{ij}}\ \underset{(3\times1)}{\overline{\Delta}_j} = \underset{(2\times1)}{E_{ij}},$$

în care:

$$\underset{(2\times1)}{v_{ij}} = \begin{bmatrix} vx \\ vy \end{bmatrix}_{ij}, \qquad \underset{(2\times11)}{B_{ij}} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial(ex)^0}{\partial a_1^0} & \dfrac{\partial(ex)^0}{\partial a_2^0} & \cdots & \dfrac{\partial(ex)^0}{\partial a_{11}^0} \\ \dfrac{\partial(ey)^0}{\partial a_1^0} & \dfrac{\partial(ey)^0}{\partial a_2^0} & \cdots & \dfrac{\partial(ey)^0}{\partial a_{11}^0} \end{bmatrix}_{ij}, \qquad \underset{(2\times3)}{D_{ij}} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial(ex)^0}{\partial X^0} & \dfrac{\partial(ex)^0}{\partial Y^0} & \dfrac{\partial(ex)^0}{\partial Z^0} \\ \dfrac{\partial(ey)^0}{\partial X^0} & \dfrac{\partial(ey)^0}{\partial Y^0} & \dfrac{\partial(ey)^0}{\partial Z^0} \end{bmatrix}_{ij},$$

$$(3.5)\qquad \underset{(2\times1)}{E_{ij}} = \begin{bmatrix} -(ex)^0 \\ -(ey)^0 \end{bmatrix}_{ij}, \quad \underset{(11\times1)}{\Delta_i} = [\delta a_1\ \delta a_2 \ldots \delta a_{11}]_i^T, \quad \underset{(3\times1)}{\overline{\Delta}y_j} = [\delta X\ \delta Y\ \delta Z]_j^T,$$

$$(ex)_{ij}^0 = x_{ij}^0 - \left(\frac{m}{q}\right)_{ij}^0, \qquad (ey)_{ij}^0 = y_{ij}^0 - \left(\frac{n}{q}\right)_{ij}^0.$$

Elementele auxiliare m, n, q rezultă direct din aproximațiile inițiale ale PTP și ale coordonatelor PRC, folosind sistemul matricial derivat din (3.1):

$$(3.6)\qquad \begin{bmatrix} m \\ n \\ q \end{bmatrix}_{ij}^0 = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ a_5 & a_6 & a_7 & a_8 \\ a_9 & a_{10} & a_{11} & 1 \end{bmatrix}_i^0 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}_j^0, \quad \left(\frac{m}{q}\right)_{ij}^0 = M_{ij}^0, \quad \left(\frac{n}{q}\right)_{ij}^0 = N_{ij}^0.$$

În acord cu (3.5) și (3.6) evaluarea Jacobianilor B_{ij}, D_{ij} s-a efectuat prin intermediul expresiilor matriciale:

$$(3.7)\quad \begin{cases} \underset{(2\times 11)}{B_{ij}} = \begin{bmatrix} -\frac{X}{q} & -\frac{Y}{q} & -\frac{Z}{q} & -\frac{1}{q} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{mX}{q^2} & \frac{mY}{q^2} & \frac{mZ}{q^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{X}{q} & -\frac{Y}{q} & -\frac{Z}{q} & -\frac{1}{q} & \frac{nX}{q^2} & \frac{nY}{q^2} & \frac{nZ}{q^2} \end{bmatrix}^0_{ij}, \\ \underset{(2\times 3)}{D_{ij}} = \begin{bmatrix} (a_9 m - a_1 q)/q^2 & (a_{10} m - a_2 q)/q^2 & (a_{11} m - a_3 q)/q^2 \\ (a_9 n - a_5 q)/q^2 & (a_{10} n - a_6 q)/q^2 & (a_{11} n - a_7 q)/q^2 \end{bmatrix}^0_{ij}. \end{cases}$$

Matricile și vectorii primari definiți în (3.5) și (3.7) s-au folosit în continuare pentru a determina setul ecuațiilor de condiție liniarizate, ce rezultă din al j-lea punct de control, înregistrat din toate stațiile m, respectiv :

$$(3.8)\quad \underset{(2m\times 1)}{v_j} + \underset{(2m\times 11m)}{B_j} \cdot \underset{(11m\times 1)}{\Delta} + \underset{(2m\times 3)}{D_j} \cdot \underset{(3\times 1)}{\bar{\Delta}_j} = \underset{(2m\times 1)}{E_j},$$

în care :

$$(3.9)\quad \underset{(2m\times 1)}{v_j} = \begin{bmatrix} \bar{v}_{1j} \\ v_{2j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ v_{mj} \end{bmatrix}, \underset{(2m\times 11m)}{B_j} = \begin{bmatrix} \bar{B}_{1j} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_{2j} & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & B_{mj} \end{bmatrix}, \underset{(11m\times 1)}{\Delta} = \begin{bmatrix} \bar{\Delta}_1 \\ \Delta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta_m \end{bmatrix}, \underset{(2m\times 3)}{D_j} = \begin{bmatrix} \bar{D}_{1j} \\ D_{2j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ D_{mj} \end{bmatrix}, \underset{(2m\times 1)}{E_j} = \begin{bmatrix} \bar{E}_{1j} \\ E_{2j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ E_{mj} \end{bmatrix}.$$

În general, un punct de control j nu va fi comun tuturor stațiilor m, dar din motive de generalitate se vor considera toate punctele de control n ca fiind comune tuturor stațiilor m. În consecință ecuațiile de condiție liniarizate ce rezultă din toate punctele de control n și toate stațiile m, vor avea forma :

$$(3.10)\quad \underset{(2mn\times 1)}{v} + \underset{(2mn\times 11m)}{B} \cdot \underset{(11m\times 1)}{\Delta} + \underset{(2mn\times 3n)}{D} \cdot \underset{(3n\times 1)}{\bar{\Delta}} = \underset{(2mn\times 1)}{E},$$

în care :

$$(3.11)\quad \underset{(2mn\times 1)}{v} = \begin{bmatrix} \bar{v}_1 \\ v_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ v_n \end{bmatrix}, \underset{(2mn\times 11m)}{B} = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ B_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ B_n \end{bmatrix}, \underset{(2mn\times 3n)}{D} = \begin{bmatrix} \bar{D}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D_2 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & D_n \end{bmatrix}, \underset{(3n\times 1)}{\bar{\Delta}} = \begin{bmatrix} \bar{\Delta}_1 \\ \bar{\Delta}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{\Delta}_n \end{bmatrix}, \underset{(2mn\times 1)}{E} = \begin{bmatrix} \bar{E}_1 \\ E_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ E_n \end{bmatrix}.$$

Deoarece coordonatele imagine x^0_{ij}, y^0_{ij} sînt singurele observații de bază, iar PTP împreună cu coordonatele PRC sînt tratate ca necunoscute supuse compensării, s-a considerat ca un imperativ major asigurarea unui grad foarte înalt de precizie a acestor observații. De aceea s-a renunțat la metodele de măsurare convenționale a coordonatelor imagine la comparatoare monoscopice sau stereoscopice rectangulare și s-a dezvoltat un model de trilaterație a PRC, în care distanțele dintre indicii de referință și punctele imagine au fost măsurate cu o precizie de 0,5 μ la un comparator spectrofotometric liniar de tip IZA-2 [7]. Avînd un domeniu de măsurare de 200 mm, a fost posibilă acoperirea întregului format al fotogramelor utilizate (130 × 180 mm),

ceea ce a sugerat posibilitatea unei trilaterări a indicilor de referință. Aplicarea modelului de trilaterație conjugat cu datele obținute la comparatorul spectrofotometric a condus la obținerea unei precizii globale a coordonatelor imagine de $\pm$ 2,5 μ.

Rezultatele compensării modelului de trilaterație prin metoda CMMP a furnizat pe lîngă corecțiile coordonatelor imagine și matricea relativă de varianță — convarianță σ^0_{ij}, respectiv:

$$\sigma^0_{ij} = \frac{1}{\sigma^2}\begin{bmatrix} \sigma^2_{x^0_{ij}} & \sigma_{x^0_{ij}y^0_{ij}} \\ \sigma_{y^0_{ij}} & \sigma^2_{y^0_{ij}} \end{bmatrix}, \tag{3.12}$$

în care σ^2 reprezintă varianta unității de pondere. Avînd în vedere că inversa matricei σ^0_{ij} reprezintă matricea de covarianță a ponderilor observațiilor x^0_{ij}, y^0_{ij} și luînd în considerație corelațiile ce există între aceste observații, s-a introdus în compensarea simultană a stereotriangulației matricea bandă $W(2mn \times 2mn) = \text{Diag.}\ (W_1, W_2, \ldots, W_n)$, ale cărei elemente diagonale sînt exprimate la rîndul lor prin matrici bandă de forma $W_j\,(2m \times 2m) = \text{Diag.}\ (W_{1j}, W_{2j}, \ldots, W_{mj})$ și în care:

$$\underset{(2\times 2)}{W_{ij}} = \underset{(2\times 2)}{(\sigma^0_{ij})^{-1}} = \begin{bmatrix} W^{11}_{ij} & W^{12}_{ij} \\ W^{21}_{ij} & W^{22}_{ij} \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

reprezintă matricile de ponderi ale observațiilor primare x^0_{ij}, y^0_{ij}.

Conform observației anterioare, pentru a obține o soluție exactă care să includă operația de stereotriangulație cu x_p, y_p, c precalibrați, modelul de erori (3.10) a fost extins, considerînd ecuațiile de constrîngere a PTP (2.4) ca observații suplimentare avînd varianțe zero. În consecință, ecuațiile de constrîngere liniarizate generate de (2.4) vor avea forma:

$$\underset{(5m\times 1)}{\mathring{v}} + \underset{(5m\times 11m)}{\mathring{B}} \cdot \underset{(11m\times 1)}{\Delta} = \underset{(5m\times 1)}{G}, \tag{3.14}$$

în care:

$$\underset{(5m\times 1)}{\mathring{v}} = \begin{bmatrix} \mathring{v}_1 \\ \mathring{v}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathring{v}_m \end{bmatrix}, \quad \underset{(5m\times 11m)}{\mathring{B}} = \begin{bmatrix} \mathring{B}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathring{B}_2 & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdots & \mathring{B}_m \end{bmatrix}, \quad \underset{(5m\times 1)}{G} = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ G_m \end{bmatrix}. \tag{3.15}$$

În baza relațiilor (2.4), (2.5) și a auxiliarilor pentru o stație i:

$$R^i_1 = \frac{Q^i_5}{Q^i_3}, \quad R^i_2 = \frac{Q^i_4}{Q^i_3}, \quad R^i_3 = R^i_2 - R^i_1, \quad R^i_4 = R^i_1 R^i_2, \tag{3.16}$$

rezultă pentru termenii liberi G_i, ecuațiile

$$G^0_i = [-F^0_1 \ -F^0_2 \ -F^0_3 \ -F^0_4 \ -F^0_5]^T_i$$

iar pentru elementele componente ale Jacobianilor $\mathring{B}_i$, expresiile:

$$\partial F_1/\partial a_1 = a_5 - a_9 R_1, \qquad \partial F_2/\partial a_1 = 2(\partial F_1/\partial a_5),$$
$$\partial F_1/\partial a_2 = a_6 - a_{10} R_1, \qquad \partial F_2/\partial a_2 = 2(\partial F_1/\partial a_6),$$
$$\partial F_1/\partial a_3 = a_7 - a_{11} R_1, \qquad \partial F_2/\partial a_3 = 2(\partial F_1/\partial a_7),$$
$$\partial F_1/\partial a_4 = 0, \qquad \partial F_2/\partial a_4 = 0,$$
$$\partial F_1/\partial a_5 = a_1 - a_9 R_2, \qquad \partial F_2/\partial a_5 = -2(\partial F_1/\partial a_1),$$
$$\partial F_1/\partial a_6 = a_2 - a_{10} R_2, \qquad \partial F_2/\partial a_6 = -2(\partial F_1/\partial a_2),$$
$$\partial F_1/\partial a_7 = a_3 - a_{11} R_2, \qquad \partial F_2/\partial a_7 = -2(\partial F_1/\partial a_3),$$
$$\partial F_1/\partial a_8 = 0, \qquad \partial F_2/\partial a_8 = 0,$$
$$\partial F_1/\partial a_9 = -a_1 R_1 - a_5 R_2 + 2a_9 R_4, \qquad \partial F_2/\partial a_9 = 2(a_5 R_1 - a_1 R_2 + a_9 R_3),$$
$$\partial F_1/\partial a_{10} = -a_2 R_1 - a_6 R_2 + 2a_{10} R_4, \qquad \partial F_2/\partial a_{10} = 2(a_6 R_1 - a_2 R_2 + a_{10} R_3),$$
$$\partial F_1/\partial a_{11} = -a_3 R_1 - a_7 R_2 + 2a_{11} R_4, \qquad \partial F_2/\partial a_{11} = 2(a_7 R_1 - a_3 R_2 + a_{11} R_3), \tag{3.17}$$

$$\partial F_3/\partial a_1 = a_9/Q_3, \qquad \partial F_4/\partial a_1 = 0, \qquad \partial F_5/\partial a_1 = 2(a_1 - a_9 R_2)/Q_3,$$
$$\partial F_3/\partial a_2 = a_{10}/Q_3, \qquad \partial F_4/\partial a_2 = 0, \qquad \partial F_5/\partial a_2 = 2(a_2 - a_{10} R_2)/Q_3,$$
$$\partial F_3/\partial a_3 = a_{11}/Q_3, \qquad \partial F_4/\partial a_3 = 0, \qquad \partial F_5/\partial a_3 = 2(a_3 - a_{11} R_2)/Q_3,$$
$$\partial F_3/\partial a_4 = 0, \qquad \partial F_4/\partial a_4 = 0, \qquad \partial F_5/\partial a_4 = 0,$$
$$\partial F_3/\partial a_5 = 0, \qquad \partial F_4/\partial a_5 = a_9/Q_3, \qquad \partial F_5/\partial a_5 = 0,$$
$$\partial F_3/\partial a_6 = 0, \qquad \partial F_4/\partial a_6 = a_{10}/Q_3, \qquad \partial F_5/\partial a_6 = 0,$$
$$\partial F_3/\partial a_7 = 0, \qquad \partial F_4/\partial a_7 = a_{11}/Q_3, \qquad \partial F_5/\partial a_7 = 0,$$
$$\partial F_3/\partial a_8 = 0, \qquad \partial F_4/\partial a_8 = 0, \qquad \partial F_5/\partial a_8 = 0,$$

$$\partial F_3/\partial a_9 = (a_1 - 2a_9 R_2)/Q_3, \qquad \partial F_4/\partial a_9 = (a_5 - 2a_9 R_1)/Q_3,$$
$$\partial F_5/\partial a_9 = -2(a_9 R_5 - R_2 R_6),$$
$$\partial F_3/\partial a_{10} = (a_2 - 2a_{10} R_2)/Q_3, \qquad \partial F_4/\partial a_{10} = (a_6 - 2a_{10} R_1)/Q_3,$$
$$\partial F_5/\partial a_{10} = -2(a_{10} R_5 - R_2 R_7),$$
$$\partial F_3/\partial a_{11} = (a_3 - 2a_{11} R_2)/Q_3, \qquad \partial F_4/\partial a_{11} = (a_7 - 2a_{11} R_1)/Q_3,$$
$$\partial F_5/\partial a_{11} = -2(a_{11} R_5 - R_2 R_8),$$

în care noii auxiliari R_5^i, R_6^i, R_7^i, R_8^i sînt dați de relațiile:

$$R_5^i = \frac{Q_1^i}{Q_3^{i2}}, \quad R_6^i = \frac{(a_1 Q_3 - 2a_9 Q_4)^i}{Q_3^{i2}}, \quad R_7^i = \frac{(a_2 Q_3 - 2a_{10} Q_4)^i}{Q_3^{i2}},$$
$$R_8^i = \frac{(a_3 Q_3 - 2a_{11} Q_4)^i}{Q_3^{i2}}.$$

În (3.16) și (3.17) se are în vedere faptul că toate expresiile au fost evaluate în raport cu aceleași aproximații inițiale ale PTP folosite și în relațiile (3.5) ... (3.7). Sistemul general al ecuațiilor de condiție și de constrîngere liniarizate ce trebuie normalizat și apoi rezolvat, rezultă din cuplarea sistemelor (3.10) cu (3.14), anume :

$$\begin{bmatrix} v \\ \dot{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & D \\ \dot{B} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \\ \bar{\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ G \end{bmatrix}, \tag{3.18}$$

cărora aplicîndu-le MCMMP, conduc la sistemul general de ecuații normale :

$$\begin{bmatrix} N + \dot{N} & \hat{N} \\ (11m \times 11m) & (11m \times 3n) \\ \hat{N}^T & \bar{N} \\ (3n \times 11m) & (3n \times 3n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \\ (11m \times 1) \\ \bar{\Delta} \\ (3n \times 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C + \dot{C} \\ (11m \times 1) \\ \bar{C} \\ (3n \times 1) \end{bmatrix}, \tag{3.19}$$

ale cărui soluții sînt exprimate de vectorii :

$$\begin{cases} \underset{(11m \times 1)}{\Delta} = \left[\underset{(11m \times 11m)}{N + \dot{N}} - \underset{(11m \times 11m)}{\hat{N}} \underset{(3n \times 3n)}{\bar{N}^{-1}} \underset{(11m \times 3n)}{\hat{N}^T} \right]^{-1} \left[\underset{(11m \times 1)}{C + \dot{C}} - \underset{(11m \times 3n)}{\hat{N}} \underset{(3n \times 3n)}{\bar{N}^{-1}} \underset{(3n \times 1)}{\bar{C}} \right], \\ \underset{(3n \times 1)}{\bar{\Delta}} = \underset{(3n \times 3n)}{\bar{N}^{-1}} \underset{(3n \times 1)}{\bar{C}} - \underset{(3n \times 3n)}{\bar{N}^{-1}} \underset{(3n \times 11m)}{\hat{N}^T} \underset{(11m \times 1)}{\Delta} . \end{cases} \tag{3.20}$$

Din analiza sistemului (3.19) se observă că matricele $N + \dot{N}$ și $\bar{N}$ au o structură diagonală care este favorabilă dezvoltărilor ulterioare. Prin aplicarea proprietăților aditive ale matricilor coeficienților ecuațiilor normale, fiecare punct j poate fi prelucrat independent, după ce în prealabil a fost evaluat vectorul Δ.

Rezultă că problema majoră de ordin computațional și care nu poate fi evitată, constă în inversarea unei matrici de dimensiuni $11m \times 11m$. De aceea, memoria și eficiența calculatorului electronic folosit impune limita practică a numărului de stații, m, ce pot fi incorporate într-o compensare simultană. Deoarece fiecare punct j este prelucrat independent, rezolvarea practică a sistemului (3.19) cuprinde următoarele etape :

a) Evaluarea, pentru un punct j, înregistrat din stația i, a următoarelor expresii generate de ecuațiile de condiție :

$$\begin{cases} \underset{(11 \times 11)}{N_{ij}} = \underset{(11 \times 2)}{B_{ij}^T} \underset{(2 \times 2)}{W_{ij}} \underset{(2 \times 11)}{B_{ij}}, \quad \underset{(11 \times 3)}{\hat{N}_{ij}} = \underset{(11 \times 2)}{B_{ij}^T} \underset{(2 \times 2)}{W_{ij}} \underset{(2 \times 3)}{D_{ij}}, \quad \underset{(11 \times 1)}{C_{ij}} = \underset{(11 \times 2)}{B_{ij}^T} \underset{(2 \times 2)}{W_{ij}} \underset{(2 \times 1)}{E_{ij}}, \\ \underset{(3 \times 11)}{\hat{N}_{ij}^T} = \underset{(3 \times 2)}{D_{ij}^T} \underset{(2 \times 11)}{W_{ij}} \underset{(2 \times 11)}{B_{ij}}, \quad \underset{(3 \times 3)}{\bar{N}_{ij}} = \underset{(3 \times 2)}{D_{ij}^T} \underset{(2 \times 2)}{W_{ij}} \underset{(2 \times 3)}{D_{ij}}, \quad \underset{(3 \times 1)}{\bar{C}_{ij}} = \underset{(3 \times 2)}{D_{ij}^T} \underset{(2 \times 2)}{W_{ij}} \underset{(2 \times 1)}{E_{ij}}. \end{cases} \tag{3.21}$$

b) Evaluarea matricilor și vectorilor termenilor liberi generați de un punct de control j, înregistrat din toate stațiile m :

$$\begin{cases} \underset{(11m \times 11m)}{N_j} = \text{Diag.} \underset{(11 \times 11)}{(N_{1j}} \underset{(11 \times 11)}{N_{2j}}, \ldots, \underset{(11 \times 11)}{N_{mj})}, \quad \underset{(11m \times 1)}{C_j} = [\underset{(11 \times 1)}{C_{1j}} \underset{(11 \times 1)}{C_{2j}} \ldots \underset{(11 \times 1)}{C_{mj}}]^T, \\ \underset{(11m \times 3)}{\hat{N}_j} = [\underset{(11 \times 3)}{\hat{N}_{1j}} \underset{(11 \times 3)}{\hat{N}_{2j}} \ldots \underset{(11 \times 3)}{\hat{N}_{mj}}]^T, \quad \underset{(3 \times 11m)}{\hat{N}_j^T} = [\underset{(3 \times 11)}{\hat{N}_{1j}^T} \underset{(3 \times 11)}{\hat{N}_{2j}^T} \ldots \underset{(3 \times 11)}{\hat{N}_{mj}^T}], \\ \underset{(3 \times 3)}{\bar{N}_j} = \underset{(3 \times 3)}{\bar{N}_{1j}} + \underset{(3 \times 3)}{\bar{N}_{2j}} + \ldots + \underset{(3 \times 3)}{\bar{N}_{mj}}, \quad \underset{(3 \times 1)}{\bar{C}_j} = \underset{(3 \times 1)}{\bar{C}_{1j}} + \underset{(3 \times 1)}{\bar{C}_{2j}} + \ldots + \underset{(3 \times 1)}{\bar{C}_{mj}}. \end{cases} \tag{3.22}$$

Adițional se stabilesc prin intermediul relațiilor (3.22) următorii auxiliari :

$$(3.23)\quad \begin{cases} \underset{(3\times 11m)}{Q_j} = \underset{(3\times 3)}{\bar{N}_j^{-1}}\,\underset{(3\times 11m)}{\hat{N}_j^T}; \quad \underset{(11m\times 11m)}{R_j} = \underset{(11m\times 3)}{\hat{N}_j}\,.\,\underset{(3\times 11m)}{Q_j}; \quad \underset{(11m\times 11m)}{S_j} = \underset{(11m\times 11m)}{N_j} - \underset{(11m\times 11m)}{R_j}, \\ \underset{(11m\times 1)}{\hat{C}_j} = \underset{(11m\times 1)}{C_j} - \underset{(11m\times 3)}{Q_j^T}\,\underset{(3\times 1)}{\bar{C}_j}. \end{cases}$$

c) Evaluarea matricei S și a vectorului termenilor liberi $\hat{C}$, generați de toate punctele de control n, înregistrate din toate stațiile m :

$$(3.24)\quad \underset{(11m\times 11m)}{S} = \sum_{j=1}^{n} \underset{(11m\times 11m)}{S_j}, \qquad \underset{(11m\times 1)}{\hat{C}} = \sum_{j=1}^{n} \underset{(11m\times 1)}{\hat{C}_j}.$$

d) Evaluarea matricelor $\mathring{N}_i$ și a vectorilor termenilor liberi $\mathring{C}_i$, generați de ecuațiile de constrîngere ale PTP și a matricei $\mathring{N}$, respectiv $\mathring{C}$, pentru toate stațiile m :

$$(3.25)\quad \begin{cases} \underset{(11m\times 11m)}{\mathring{N}} = \text{Diag.}\,(\underset{(11\times 11)}{\mathring{N}_1}, \underset{(11\times 11)}{\mathring{N}_2}, \ldots, \underset{(11\times 11)}{\mathring{N}_m}), \quad \underset{(11\times 11)}{\mathring{N}_i} = \underset{(11\times 5)}{\mathring{B}_i^T}\,\underset{(5\times 5)}{\mathring{W}_i}\,\underset{(5\times 11)}{\mathring{B}_i}, \\ \underset{(11m\times 1)}{\mathring{C}} = [\underset{(11\times 1)}{\mathring{C}_1}\ \underset{(11\times 1)}{\mathring{C}_2}\ldots\ \underset{(11\times 1)}{\mathring{C}_m}]^T, \qquad \underset{(11\times 1)}{\mathring{C}_i} = \underset{(11\times 5)}{\mathring{B}_i^T}\,\underset{(5\times 5)}{\mathring{W}_i}\,\underset{(5\times 11)}{G_i}. \end{cases}$$

Deoarece în modelul de erori (3.18) ecuațiile de constrîngere au fost considerate ca observații suplimentare avînd variațe zero, s-a introdus o constantă corespunzătoare k, prin care elementele diagonale ale matricelor de pondere $\mathring{W}_i$ au devenit foarte mari, respectiv :

$$\underset{(5\times 5)}{\mathring{W}_i} = k[\text{Diag.}(1,\ 1,\ \ldots,\ 1], \qquad k = 10^8.$$

e) Calculul vectorilor parametrici Δ și $\bar{\Delta}_j$, prin intermediul expresiilor (3.20), (3.24), (3.25), respectiv

$$\underset{(11m\times 1)}{\Delta} = [\underset{(11m\times 11m)}{S} + \mathring{N}]^{-1}\,[\underset{(11m\times 1)}{\hat{C}} + \mathring{C}], \qquad \underset{(3\times 1)}{\bar{\Delta}_j} = \underset{(3\times 3)}{\bar{N}_j^{-1}}\,\underset{(3\times 1)}{\bar{C}_j} - \underset{(3\times 11m)}{Q_j}\,\underset{(11m\times 1)}{\Delta}.$$

Modelul matematic de stereotriangulație dezvoltat a fost testat cu date fictive și cu date reale. În acest scop au fost elaborate următoarele programe de calcul :

a) INDEX — pentru compensarea riguroasă a trilaterației indicilor de referință.

b) FOTOGRAM — pentru compensarea riguroasă a trilaterației punctelor imagine a PRC.

c) APROCONT — pentru calculul cvasiriguros a aproximațiilor inițiale ale coordonatelor spațiale ale PRC.

d) APROSTAT — pentru calculul cvasiriguros al aproximațiilor inițiale ale coordonatelor spațiale ale centrelor de proiecție.

e) APROTRAN — pentru calculul cvasiriguros al aproximațiilor inițiale ale PTP.

f) RIGORPTP — pentru calculul riguros prin MCMMP al corecțiilor PTP.

g) RIGORPRC — pentru calculul riguros al corecțiilor coordonatelor PRC

h) EROR — pentru analiza propagării erorilor în modelul de stereotriangulație.

Ambele programe RIGOR se parcurg consecutiv în cadrul aceleiași iterații. La sfîrșitul acestui ciclu se obțin valorile compensate ale coordonatelor PRC și valorile compensate ale PTP. Acest proces continuă în iterațiile următoare pînă cînd soluția se stabilizează și nu mai rezultă îmbunătățiri semnificative. În acest scop s-a introdus ca limită de convergență mărimea erorii medii unitare estimată din compensare, în conformitate cu unele criterii valorice prestabilite.

Din testările efectuate la calculatorul IRIS-50 s-a constatat că într-o soluție slab condiționată, corecțiile parametrilor nu mai converg sub un anumit nivel, dar în schimb tind să oscileze la fiecare iterație. De regulă în asemenea cazuri reziduurile converg către valori stabile, nefiind afectate de fluctuațiile corecțiilor parametrilor din iterațiile succesive.

În scopul obținerii coordonatelor punctelor triangulate la scară reală, modelul fotogrametric compensat a fost scalat prin intermediul diviziunilor unor mire invar sau ale unor panglici de oțel, care la rîndul lor au fost înregistrate și triangulate fotogrametric împreună cu punctele caracteristice ale modelului fizic cercetat.

Testarea modelului de stereotriangulație cu date reale a fost efectuată în cadrul determinării deformațiilor unor structuri de rezistență în regim de solicitări statice și seismice. S-au folosit în acest scop camerele UMK-10 NP/1 318, AFA, cu obiectiv Telemar, $f = 400$ mm și fototeodolitul Hugg, cu obiectivi Tessar, $f = 180$ mm și $f = 210$ mm, din dotarea laboratorului de fotogrametrie al Institutului politehnic din Iași.

Din analiza erorilor standard SX, SY, SZ ale punctelor stereotriangulate se constată că unghiurile de convergență și numărul stațiilor ce participă la determinarea unui punct sînt factori determinanți în privința preciziei determinărilor propriu-zise.

Într-o lucrare viitoare se vor prezenta aspectele teoretice și practice ale calibrării parțiale și totale ale camerelor utilizate în domenii netopografice, folosind același model matematic proiectiv cu 11 parametri, dar extins în mod diferențiat pentru a modela atît parametrii de distorsiune radială simetrică, cît și parametrii distorsiunii de descentrare.

Primită la 26 noiembrie 1979

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de fotogrametrie

BIBLIOGRAFIE

1. Abdel-Aziz Y.I., Karara H.M., *Direct Linear Transformation into Object Space Coordinates in Close-Range Photogrammetry.* Symposium on Close-Range Photogrammetry, Urbana, Illinois, 1971, 1—18.
2. Barbălată I., *Studii și cercetări fotogrametrice privind deformația structurilor spațiale supuse la eforturi de scurtă și lungă durată.* A XII-a ses. șt., Inst. polit. „Tr. Vuia", Timișoara, 1966.
3. Barbălată I., *Study of the Deformations on Models by Photogrammetric Methods.* Bul. Inst. polit., Iași, **16** (**20**), *1—2*, pp. 37—42 (1970).

4. Barbălată I., *Determinări stereofotogrametrice privind dinamica eroziunii solurilor* (I), Bul. Inst. polit., Iași, 18 (22), *1—4*, s. VI, 103—109 (1972).
5. Barbălată I., *Măsurători structurale și de deformații prin metode fotogrametrice analitice ale turnurilor de răcire hiperbolice*. Simpozionul Național de Tensometrie, Iași, 1977.
6. Barbălată I., *Aplicarea metodelor fotogrametrice analitice la studiul deformațiilor structurilor de rezistență acționate seismic*. Simpozionul Național de Tensometrie, Iași, 1977.
7. Barbălată I., *Contribuții la determinarea deformațiilor în construcții prin metode fotogrametrice analitice*. Teză de doctorat, Inst. constr., Buc., 1978.
8. Bopp H., Krauss H., *An Orientation and Calibration Method for Nontopographic Applications*. P.E.&R.S, 44, *9*, 1 191—1 197, 1978.
9. Bopp H., Krauss H., *Extension of the 11-Parameter Solution for On-the-Job Calibration of Non-Metric Cameras*. Proc. of Inter-Congress Symposium, Commission V of I.S.P., Stockholm, 1978.
10. Brown D.C., *A Solution to the General Problem of Multiple Station, Analytical Stereotriangulation*. Air Force Missile Test Center, Tehnical Report No. *58—8* (1958).
11. Hottier Ph., *Restitution Analytique*. În *Photogrammétrie Générale*, t. 4, Eyrolles, Paris, 1972, 172—203.
12. Fligor D.P., *Resection without Camera Station Parameters*. P.E., 34, *1*, 91—104 (1968).
13. Mikhail E.M., *Observations and Least Squares*. IEP-A DUN-Donnelley Publisher, N.Y. 1976.
14. Thompson E.H., *Space Resection without Interior Orientation*. Photogrammetric Record, 7, *37*, 39—45 (1971).
15. Torlegård K., *On the Determination of Interior Orientation of Close-up Cameras under Operational Conditions using Three-Dimensional Test Objects*. Ph. D. Thesis, Techn. Univ. of Stockholm, 1967.
16. Torlegård K., *State-of-the-Art of Close-Range Photogrammetry*. XIII-th International Congress of Photogrammetry, Com. V, Helsinki, 1976.
17. Wong W.K., *Mathematical Formulation and Digital Analysis in Close-Range Photogrammetry*. XIII-th International Congress of Photogrammetry, Com. V, Helsinki, 1976.

ANALITYCS WITHOUT CAMERA OR STATION PARAMETERS AND WITHOUT ABSOLUTE CONTROL

(Summary)

A rigorous least squares adjustment is given for the simultaneous adjustment of the entire set of observations arising in close range from three or more highly convergent photographs.

The mathematical model employed is based on projective methods (DLT) and is considerably more general than any previously considered. Externally obtained values for interior elements of orientation can readily be enforced. Provisions are made for the proper weighting of the observations — plate image coordinates — and the possibility of correlated observations is allowed.

This approach differs significantly from the previous ones because it does not require object space control; the only control points available are relative control points.

Inasmuch as the property of intersection is independent of scale, the baseline joining any two of the stations may be arbitrarily be taken as unit length and the model can be properly scaled if the true distance between two points in the model is known, or alternatively if the true distance between the cameras is known.

In this regard one would appreciate that an accurate survey of the camera stations is normally unnecessary for the present treatment. Rough estimates of the relative positions of the stations and orientations of the cameras is sufficient to initiate the adjustment; these are refined in an iterative process associated with the adjustment.

Recently this approach has been extended to include a complete calibration, containing radial symmetric, asymmetric and tangential lens distorsions.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. Z. 526 : 624.9

EVALUAREA PRECIZIEI DE DETERMINARE A DEPLASĂRILOR VERTICALE ALE CONSTRUCŢIILOR

DE

GH. NISTOR

1. Introducere

În cadrul lucrării [1] s-a prezentat o metodă îmbunătăţită de determinare a mărimilor deplasărilor verticale ale construcţiilor, prin nivelment trigonometric, pe baza creşterilor unghiurilor zenitale, pentru cazul general, în care orizontul instrumentului se schimbă în fiecare ciclu de observaţii.

Din cauza mărimilor, în general mici, ale deplasărilor verticale ale construcţiilor, condiţiile în care se execută măsurătorile pe teren trebuie să asigure o precizie ridicată a rezultatelor obţinute.

Pentru o anumită precizie a măsurătorilor liniare şi unghiulare, efectuate pe teren, este necesară stabilirea unor relaţii matematice pe baza cărora să se poată efectua o evaluare cît mai completă a preciziei de determinare a deplasării verticale a construcţiei, produsă între cele două cicluri de observaţii. Acesta constituie obiectul lucrării de faţă.

2. Procedeul propus

Pe baza relaţiilor de calcul a deplasărilor verticale ale punctelor de control, între două cicluri de observaţii, se face o evaluare complexă a preciziei rezultatelor definitive.

Pentru o mai comodă rezolvare a acestei probleme, se exprimă separat erorile pătratice ale deplasărilor verticale, determinate din cele două puncte de staţie, în funcţie de erorile medii pătratice ale diferenţelor orizonturilor instrumentului, $m_{\Delta H_A}$ şi $m_{\Delta H_B}$ şi erorile medii pătratice ale diferenţelor dintre diferenţele de nivel, $m_{\Delta h_1}$ şi $m_{\Delta h_2}$.

Se consideră, pentru moment, în relaţiile (3) şi (4) din [1], că diferenţele Δh_1 şi Δh_2 sînt lipsite de erori. Rezultă că mărimile deplasărilor verticale ale punctului de control, exprimate de relaţiile (10) şi (11) din [1], sînt funcţii de forma :

$$(1)\ \Delta H_1 = \Delta H_A = f(D_A, Z_A, \Delta Z_A), \qquad (2)\ \Delta H_2 = \Delta H_B = \varphi(D_B, Z_B, \Delta Z_B).$$

Erorile medii pătratice ale deplasărilor verticale, mai precis ale diferențelor dintre orizonturile instrumentului din fiecare stație, vor fi exprimate de relațiile

$$(3)\qquad m^2_{\Delta H_A}=\left[\frac{\partial(\Delta H_A)}{\partial D_A}\right]^2 m^2_{D_A}+\left[\frac{\partial(\Delta H_A)}{\partial Z_A}\right]^2\left(\frac{m_{Z_A}}{\rho}\right)^2+\left[\frac{\partial(\Delta H_A)}{\partial(\Delta Z_A)}\right]^2\left(\frac{m_{\Delta Z_A}}{\rho}\right)^2,$$

$$(4)\qquad m^2_{\Delta H_B}=\left[\frac{\partial(\Delta H_B)}{\partial D_B}\right]^2 m^2_{D_B}+\left[\frac{\partial(\Delta H_B)}{\partial Z_B}\right]^2\left(\frac{m_{Z_B}}{\rho}\right)^2+\left[\frac{\partial(\Delta H_B)}{\partial(\Delta Z_B)}\right]^2\left(\frac{m_{\Delta Z_B}}{\rho}\right)^2.$$

Calculîndu-se derivatele parțiale și introducîndu-se în relațiile de mai sus, se obțin pentru erorile medii pătratice ale diferențelor orizonturilor instrumentului, formulele

$$(5)\qquad m^2_{\Delta H_A}=\Delta H^2_A\left(\frac{m_{D_A}}{D_A}\right)^2+4\Delta H^2_A\operatorname{ctg}^2 Z_A\left(\frac{m_{Z_A}}{\rho}\right)^2+\left(\frac{\Delta H_A}{\Delta Z_A}\right)^2 m^2_{\Delta Z_A},$$

$$(6)\qquad m^2_{\Delta H_B}=\Delta H^2_B\left(\frac{m_{D_B}}{D_B}\right)^2+4\Delta H^2_B\operatorname{ctg}^2 Z_B\left(\frac{m_{Z_B}}{\rho}\right)^2+\left(\frac{\Delta H_B}{\Delta Z_B}\right)^2 m^2_{\Delta Z_B}.$$

Se precizează că în relațiile (5) și (6), în ultimii termeni din membrul drept, mărimile $m_{\Delta Z_A}$ și $m_{\Delta Z_B}$ nu se mai împart la modulul de transformare. Eroarea medie pătratică a valorii medii a deplasării verticale a punctului de control, în funcție de erorile medii pătratice ale diferențelor orizontului instrumentului, va fi exprimată de relația

$$(7)\qquad \begin{aligned} m^2_{\Delta H'_I}=&\left(\frac{\Delta H_A}{2}\right)^2\left(\frac{m_{D_A}}{D_A}\right)^2+\left(\frac{\Delta H_B}{2}\right)^2\left(\frac{m_{D_B}}{D_B}\right)^2+(\Delta H_A\operatorname{ctg} Z_A)^2\left(\frac{m_{Z_A}}{\rho}\right)^2+\\ &+(\Delta H_B\operatorname{ctg} Z_B)^2\left(\frac{m_{Z_B}}{\rho}\right)^2+\left(\frac{\Delta H_A}{2\Delta Z_A}\right)^2 m^2_{\Delta Z_A}+\left(\frac{\Delta H_B}{2\Delta Z_B}\right)^2 m^2_{\Delta Z_B}. \end{aligned}$$

Admițîndu-se că $\Delta H_A\approx\Delta H_B\approx\Delta H$, deci și $D_A\approx D_B\approx D$, $Z_A\approx Z_B$ și de asemenea că erorile medii pătratice ale elementelor măsurate sînt $m_{D_A}\approx m_{D_B}\approx m_D$, $m_{Z_A}\approx m_{Z_B}$, $m_{\Delta Z_A}\approx m_{\Delta Z_B}$, va rezulta pentru eroarea medie pătratică a valorii medii a deplasării verticale a punctului de control, în funcție de erorile medii pătratice ale diferențelor dintre orizonturile instrumentului din cele două cicluri de observații, relația

$$(8)\qquad m_{\Delta H'_I}=\left[\left(\Delta H\frac{m_D}{D}\right)^2+\left(\sqrt{2}\,\Delta H\operatorname{ctg} Z_A\frac{m_{Z_A}}{\rho}\right)^2+\left(\frac{\Delta H}{\sqrt{2}\Delta Z_A}m_{\Delta Z_A}\right)^2\right]^{1/2}.$$

În relația (8) valoarea minimă a termenului al doilea, din membrul drept, se obține pentru cazul cînd $Z_A\approx 100^g$, adică atunci cînd viza este orizontală. În baza acestei observații, determinarea orizontului instrumentului în punctele de stație, corespunzător fiecărui ciclu de observații, se va face cu luneta aproximativ orizontală, diferențele dintre orizonturi calculîndu-se cu relațiile

$$(9)\qquad \Delta H_A=\frac{D_A}{\rho}\Delta Z_A,\qquad \Delta H_B=\frac{D_B}{\rho}\Delta Z_B.$$

În această situație va rezulta pentru eroarea medie pătratică a valorii medii a deplasării punctului de control, formula :

$$m_{\Delta H_I} = \left[\left(\frac{\Delta Z_A}{\sqrt{2}\rho} m_D\right)^2 + \left(\frac{D}{2} \cdot \frac{m_{\Delta Z_A}}{\rho}\right)^2\right]^{1/2}. \tag{10}$$

În relația (8), ultimul termen din membrul drept se poate scrie sub forma dezvoltată :

$$\left(\frac{\Delta H}{\sqrt{2}\Delta Z_A} m_{\Delta Z_A}\right)^2 = \left(\frac{D}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sin^2 Z_A} \cdot \frac{m_{\Delta Z_A}}{\rho}\right)^2,$$

și deoarece $Z_A \approx 100^g$, va rezulta

$$\left(\frac{\Delta H}{\sqrt{2}\Delta Z_A} m_{\Delta Z_A}\right)^2 = \left(\frac{D}{\sqrt{2}} \cdot \frac{m_{\Delta Z_A}}{\rho}\right)^2.$$

S-a demonstrat, în acest mod egalitatea ultimilor termeni din relațiile (8) și (10).

Experimentările au arătat că influența acestui termen asupra erorii medii pătratice a valorii medii a deplasării verticale a punctului de control este cea mai mare.

În continuare se exprimă erorile medii pătratice ale deplasărilor verticale ale punctului de control, determinate din cele două puncte de stație, în funcție de erorile medii pătratice, $m_{\Delta h_1}$ și $m_{\Delta h_2}$, ale diferențelor de nivel, măsurate între orizonturile instrumentelor din punctele de stație, A și B și punctul de control, P, de pe construcția observată.

În relațiile (3) și (4) din [1], considerîndu-se, de data aceasta, că diferențele ΔH_A și ΔH_B sînt lipsite de erori, rezultă că mărimile deplasărilor verticale, exprimate de relațiile (16) și (17) din [1], sînt funcții de forma :

$$(11)\ \Delta H_1 = \Delta h_1 = f(b, \alpha, \beta, Z_1, \Delta Z_1), \quad (12)\ \Delta H_2 = \Delta h_2 = \varphi(b, \alpha, \beta, Z_2, \Delta Z_2).$$

Erorile medii pătratice ale deplasărilor verticale, mai precis ale diferențelor dintre diferențele de nivel, determinate din cele două puncte de stație, se vor exprima prin relațiile :

$$\begin{aligned} m^2_{\Delta h_1} = {} & \left[\frac{\partial(\Delta h_1)}{\partial b}\right]^2 m_b^2 + \left[\frac{\partial(\Delta h_1)}{\partial \alpha}\right]^2 \left(\frac{m_\alpha}{\rho}\right)^2 + \left[\frac{\partial(\Delta h_1)}{\partial \beta}\right]^2 \left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2 + \\ & + \left[\frac{\partial(\Delta h_1)}{\partial Z_1}\right]^2 \left(\frac{m_{Z_1}}{\rho}\right)^2 + \left[\frac{\partial(\Delta h_1)}{\partial(\Delta Z_1)}\right]^2 \left(\frac{m_{\Delta Z_1}}{\rho}\right)^2, \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} m^2_{\Delta h_2} = {} & \left[\frac{\partial(\Delta h_2)}{\partial b}\right]^2 m_b^2 + \left[\frac{\partial(\Delta h_2)}{\partial \alpha}\right]^2 \left(\frac{m_\alpha}{\rho}\right)^2 + \left[\frac{\partial(\Delta h_2)}{\partial \beta}\right]^2 \left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2 + \\ & + \left[\frac{\partial(\Delta h_2)}{\partial Z_2}\right]^2 \left(\frac{m_{Z_2}}{\rho}\right)^2 + \left[\frac{\partial(\Delta h_2)}{\partial(\Delta Z_2)}\right]^2 \left(\frac{m_{\Delta Z_2}}{\rho}\right)^2. \end{aligned} \tag{14}$$

Se calculează mărimile derivatelor parțiale și se introduc în relațiile de mai sus, obținîndu-se

$$m^2_{\Delta h_1} = \Delta h_1^2 \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \Delta h_1^2 \operatorname{ctg}^2(\alpha+\beta)\left(\frac{m_\alpha}{\rho}\right)^2 +$$

$$+ \Delta h_1^2 [\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}(\alpha+\beta)]^2 \left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2 + 4\Delta h_1^2 \operatorname{ctg}^2 Z_1 \left(\frac{m_{Z_1}}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h_1}{\Delta Z_1}\right)^2 m^2_{\Delta Z_1}, \tag{15}$$

$$m^2_{\Delta h_2} = \Delta h_2^2 \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \Delta h_2^2 [\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}(\alpha+\beta)]^2 \left(\frac{m_\alpha}{\rho}\right)^2 +$$

$$+ \Delta h_2^2 \operatorname{ctg}^2(\alpha+\beta)\left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2 + 4\Delta h_2^2 \operatorname{ctg}^2 Z_2 \left(\frac{m_{Z_2}}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h_2}{\Delta Z_2}\right)^2 m^2_{\Delta Z_2}. \tag{16}$$

Pe baza acestor valori se exprimă mărimea erorii medii pătratice a valorii medii a deplasării verticale a punctului de control, dată de relația (25) din [1], sub forma :

$$m^2_{\Delta H_1^I} = \left(\frac{\Delta h_1/b + \Delta h_2/b}{2}\right)^2 m_b^2 +$$

$$+ \left\{\frac{\Delta h_1 \operatorname{ctg}(\alpha+\beta) + \Delta h_2[\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}(\alpha+\beta)]}{2}\right\}^2 \left(\frac{m_\alpha}{\rho}\right)^2 +$$

$$+ \left\{\frac{\Delta h_1 [\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}(\alpha+\beta)] + \Delta h_2 \operatorname{ctg}(\alpha+\beta)}{2}\right\}^2 \left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2 + \tag{17}$$

$$+ (\Delta h_1 \operatorname{ctg} Z_1)^2 \left(\frac{m_{Z_1}}{\rho}\right)^2 + (\Delta h_2 \operatorname{ctg} Z_2)^2 \left(\frac{m_{Z_2}}{\rho}\right)^2 +$$

$$+ \left(\frac{\Delta h_1}{2\Delta Z_1}\right)^2 m^2_{\Delta Z_1} + \left(\frac{\Delta h_2}{2\Delta Z_2}\right)^2 m^2_{\Delta Z_2}.$$

Admițîndu-se că $\Delta h_1 \approx \Delta h_2 \approx \Delta h$ și deoarece $\alpha + \beta = 200^g - \gamma$, formula de mai sus devine

$$m^2_{\Delta H_1^I} = \Delta h^2 \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \left[\frac{\Delta h}{2}(\operatorname{ctg}\alpha + 2\operatorname{ctg}\gamma)\right]^2 \left(\frac{m_\alpha}{\rho}\right)^2 +$$

$$+ \left[\frac{\Delta h}{2}(\operatorname{ctg}\beta + 2\operatorname{ctg}\gamma)\right]^2 \left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2 + (\Delta h \operatorname{ctg} Z_1)^2 \left(\frac{m_{Z_1}}{\rho}\right)^2 + \tag{18}$$

$$+ (\Delta h \operatorname{ctg} Z_2)^2 \left(\frac{m_{Z_2}}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{2\Delta Z_1}\right)^2 m^2_{\Delta Z_1} + \left(\frac{\Delta h}{2\Delta Z_2}\right)^2 m^2_{\Delta Z_2}.$$

Pentru cazul cînd $\alpha \approx \beta$ și deoarece s-a admis că $\Delta h_1 \approx \Delta h_2 \approx \Delta h$ rezultă că $Z_1 \approx Z_2$ și $\Delta Z_1 \approx \Delta Z_2$ iar unghiurile au fost măsurate cu aceeași precizie $m_\alpha \approx m_\beta$, $m_{Z_1} \approx m_{Z_2}$ și $m_{\Delta Z_1} \approx m_{\Delta Z_2}$, va rezulta pentru eroarea

medie pătratică a valorii medii a deplasării verticale a punctului de control formula :

$$m_{\Delta H_I} = \left[\left(\Delta h \frac{m_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{\sqrt{2}} \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{m_\alpha}{\rho}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\Delta h \operatorname{ctg} Z_1 \frac{m_{Z_1}}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{\sqrt{2}\Delta Z_1} m_{\Delta Z_1}\right)^2\right]^{1/2}. \tag{19}$$

Analiza relației de mai sus conduce la concluzia că eroarea medie pătratică a valorii medii a deplasării verticale a punctului de control, determinată în funcție de diferențele dintre diferențele de nivel dintre punctele de stație și punctul de control, este cu atît mai mică cu cît unghiul zenital se apropie de unghiul drept ($Z_1 \approx 100^g$) iar dreptele de determinare se intersectează sub un unghi cît mai obtuz ($\gamma \approx 200^g$).

Această situație corespunde cazului optim de determinare a deplasării verticale a punctului de control, din capetele unei baze de lungime fixă, prin metoda nivelmentului trigonometric.

Cazul optim de determinare a valorii medii a deplasării verticale a punctului de control, din capetele bazei de lungime fixă, coincide cu cazul optim de determinare a vectorului deplasării orizontale a aceluiași punct, cînd vectorul deplasării orizontale este paralel cu axa x [2]. Această observație are o mare importanță la alegerea poziției și lungimii bazei fixe, în raport cu construcția observată, în special atunci cînd este posibilă cunoașterea anticipată a direcției vectorului deplasării orizontale, de exemplu urmărirea comportării barajelor sau a unor construcții pe model.

Ca și în cazul relațiilor (8) și (10) și în relația (19) influența cea mai mare, asupra erorii medii pătratice, o exercită ultimul termen din membrul drept.

Erorile medii pătratice ale deplasărilor verticale, ΔH_1 și ΔH_2, exprimate de relațiile (21) și (22) din lucrarea [1], determinate din cele două puncte de stație, se calculează cu formulele

$$m^2_{\Delta H_1} = m^2_{\Delta H_A} + m^2_{\Delta h_1}, \tag{20}$$

$$m^2_{\Delta H_2} = m^2_{\Delta H_B} + m^2_{\Delta h_2}, \tag{21}$$

unde erorile $m_{\Delta H_A}$ și $m_{\Delta H_B}$ sînt exprimate prin relațiile (5) și (6) iar erorile $m_{\Delta h_1}$ și $m_{\Delta h_2}$, prin relațiile (15) și (16).

Eroarea medie pătratică a valorii medii a deplasării verticale a punctului de control, dată de relația (25) din lucrarea [1], este

$$m_{\Delta H_I} = \frac{\sqrt{m^2_{\Delta H_1} + m^2_{\Delta H_2}}}{2}. \tag{22}$$

Deoarece influența cea mai mare asupra mărimii erorii deplasării verticale o are termenul care-l conține pe $m_{\Delta Z}$ și deoarece mărimile K_A, L_A, K_B și L_B, exprimate de (20) din [1], sînt calculate cu elementele măsurate în ciclul inițial și rămîn constante pentru toate ciclurile de observații ulterioare, se vor calcula mărimile erorilor pătratice ale deplasărilor verticale, determinate din cele două puncte de stație, cu formulele (21) și (22) din [1],

în funcție de mărimile măsurate ΔZ_A^{cc}, ΔZ_1^{cc}, ΔZ_B^{cc} și ΔZ_2^{cc}, celelalte mărimi fiind constante. Astfel, se obține :

$$(23) \qquad m^2_{\Delta H_1} = \left[\frac{\partial(\Delta H_1)}{\partial(\Delta Z_A)}\right]^2 \left(\frac{m_{\Delta Z_A}}{\rho}\right)^2 + \left[\frac{\partial(\Delta H_1)}{\partial(\Delta Z_1)}\right]^2 \left(\frac{m_{\Delta Z_1}}{\rho}\right)^2,$$

$$(24) \qquad m^2_{\Delta H_2} = \left[\frac{\partial(\Delta H_2)}{\partial(\Delta Z_B)}\right]^2 \left(\frac{m_{\Delta Z_B}}{\rho}\right)^2 + \left[\frac{\partial(\Delta H_2)}{\partial(\Delta Z_2)}\right]^2 \left(\frac{m_{\Delta Z_2}}{\rho}\right)^2.$$

Prin înlocuirea derivatelor parțiale cu mărimile rezultate, se obțin pentru erorile medii pătratice ale deplasărilor verticale, măsurate din stațiile A și B, formulele :

$$(25) \quad m^2_{\Delta H_1} = K_A^2\, m^2_{\Delta Z_A} + L_A^2\, m^2_{\Delta Z_1}, \qquad (26) \quad m^2_{\Delta H_2} = K_B^2\, m^2_{\Delta Z_B} + L_B^2\, m^2_{\Delta Z_2}.$$

În funcție de aceste mărimi se calculează eroarea valorii medii, a deplasării verticale, cu formula (22).

Este deosebit de importantă cunoașterea raportului dintre eroarea medie pătratică a valorii medii a deplasării verticale a punctului de control și eroarea medie pătratică a deplasării verticale, determinată dintr-o singură stație. Astfel, considerîndu-se $m_{\Delta H_1} \approx m_{\Delta H_2}$, relația (22) se va putea scrie

$$(27) \qquad m_{\Delta H_I} = \frac{m_{\Delta H_1}\sqrt{2}}{2} = \frac{m_{\Delta H_1}}{\sqrt{2}} = 0{,}71\, m_{\Delta H_1}.$$

Se observă că eroarea medie pătratică a valorii medii a deplasării verticale reprezintă 0,71 din mărimea erorii medii pătratice a deplasării pe verticală, determinată dintr-o singură stație.

Valoarea cea mai probabilă a deplasării verticale a punctului de control este dată de media ponderată ΔH_{II} a valorilor determinate din cele două puncte de stație, obținută cu formula (26) din lucrarea [1].

Evaluarea preciziei de determinare a valorii ponderate a deplasării verticale se efectuează cu ajutorul erorii unității de pondere, dată de relația cunoscută

$$(28) \qquad \mu = \pm\sqrt{\frac{[pv^2]}{n-1}},$$

unde :

$$[pv^2] = p_1(\Delta H_1 - \Delta H_{II}) + p_2(\Delta H_2 - \Delta H_{II}), \quad n = 2.$$

Ponderile se calculează cu formulele (27) din lucrarea [1].

Eroarea unității de pondere este eroarea medie pătratică a deplasării verticale a punctului de control, determinată dintr-o singură stație.

Evaluarea finală a preciziei se realizează prin calculul erorii medii pătratice a mediei ponderate

$$(29) \qquad M = \pm\sqrt{\frac{[pv^2]}{[p](n-1)}} = \pm\frac{\mu}{\sqrt{[p]}}.$$

Pe baza acestei erori se stabilește intervalul de încredere în care se va găsi valoarea cea mai probabilă a deplasării verticale a punctului de control, de pe construcția observată :

$$\Delta H_{II} - M < \Delta H_{II} < \Delta H_{II} + M. \tag{30}$$

Lungimea acestui interval este în funcție de eroarea medie pătratică a mediei ponderate iar, în ultimă instanță, este în funcție de erorile medii pătratice, $m_{\Delta H_1}$ și $m_{\Delta H_2}$, ale deplasărilor verticale determinate din cele două stații. Cu cît aceste erori sînt mai mici, cu atît ponderile vor fi mai mari și deci eroarea medie pătratică a mediei ponderate va fi mai mică. Aceasta atrage după sine micșorarea lungimii intervalului de încredere în limitele căruia se va găsi valoarea cea mai probabilă a deplasării verticale a punctului de control, produsă între cele două cicluri de observație.

3. Exemplu de calcul

Se evaluează precizia de determinare a deplasării verticale a punctului de control, dată în lucrarea [1].

Distanțele de la punctele de stație pînă la reperul de cotă fixă, R, au fost măsurate o singură dată, cu o ruletă de oțel, cu diviziuni milimetrice, cu precizia

$$m_{D_A} = \pm 1 \text{ mm}, \quad m_{D_B} = \pm 1 \text{ mm}.$$

Pentru punctul de control, b_7, distanțele zenitale s-au măsurat, în cele două cicluri de observații, cu preciziile :

$$m_{Z_A} = \pm 1'',7, \quad m_{Z_B} = \pm 1'',6, \quad m_{Z_1} = \pm 1'',8, \quad m_{Z_2} = \pm 1'',3,$$

$$m_{Z'_A} = \pm 1'',5, \quad m_{Z'_B} = \pm 1'',8, \quad m_{Z'_1} = \pm 1'',5, \quad m_{Z'_1} = \pm 1'',7.$$

Erorile medii pătratice ale creșterilor unghiurilor zenitale, calculate cu relația erorii unei funcții, diferență de două mărimi măsurate, sînt :

$$m_{\Delta Z_A} = \pm 2'',3, \quad m_{\Delta Z_B} = \pm 2'',4, \quad m_{\Delta Z_1} = \pm 2'',3, \quad m_{\Delta Z_2} = \pm 2'',1.$$

Pe baza formulelor (5) și (6) și respectiv (15) și (16) s-au obținut erorile medii pătratice:

$$m_{\Delta H_A} = \pm 0{,}05 \text{ mm}, \quad m_{\Delta h_1} = \pm 0{,}09 \text{ mm}, \quad m_{\Delta H_B} = \pm 0{,}05 \text{ mm}, \quad m_{\Delta h_2} = \pm 0{,}07 \text{ mm}.$$

Erorile medii pătratice ale deplasărilor verticale, determinate din cele două stații, au fost calculate cu relațiile (20) și (21), obținîndu-se :

$$m_{\Delta H_1} = \pm 0{,}10 \text{ mm}, \quad m_{\Delta H_2} = \pm 0{,}09 \text{ mm}.$$

Eroarea medie pătratică a valorii medii a deplasării verticale s-a calculat cu formula (22), rezultînd :

$$m_{\Delta H_I} = \pm 0{,}07 \text{ mm}.$$

Evaluarea preciziei valorii celei mai probabile a deplasării verticale, dată de media ponderată, s-a efectuat prin calculul erorii pătratice a mediei ponderate.

S-au calculat mai întîi ponderile deplasărilor verticale :

$$p_1 = \frac{1}{m^2_{\Delta H_1}} = 100, \qquad p_2 = \frac{1}{m^2_{\Delta H_2}} = 123,$$

în funcție de care s-a calculat media ponderată a deplasării verticale, rezultînd :

$$\Delta H_{II} = \frac{p_1 \Delta H_1 + p_2 \Delta H_2}{p_1 + p_2} = -2{,}10 \text{ mm.}$$

În continuare s-au calculat erorile reziduale și suma produselor ponderilor cu pătratele erorilor reziduale

$$v_1 = \Delta H_1 - \Delta H_{II} = +0{,}02, \qquad p_1 v_1^2 = 0{,}0400,$$
$$v_2 = \Delta H_2 - \Delta H_{II} = -0{,}02, \qquad p_2 v_2^2 = 0{,}0492,$$
$$[v] = 0, \qquad [pv^2] = 0{,}0892.$$

Pentru mărimea erorii medii pătratice a mediei ponderate s-a obținut

$$M = \pm \sqrt{\frac{[pv^2]}{[p](n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{0{,}0892}{223(2-1)}} = \pm 0{,}02 \text{ mm.}$$

Intervalul de încredere, în limitele căruia se va găsi valoarea cea mai probabilă a deplasării verticale a punctului de control, rezultă a fi:

$$-2{,}10 - 0{,}02 < -2{,}10 < -2{,}10 + 0{,}02.$$

4. Concluzii

1. Relațiile matematice stabilite permit o evaluare complexă a preciziei de determinare a deplasărilor verticale ale punctelor de control de pe construcția observată în funcție de toate elementele măsurate pe teren, atît în cazul măsurătorilor de aceeași precizie cît și în cazul măsurătorilor ponderate.

2. Relațiile stabilite dau posibilitatea determinării, *a priori*, a preciziei ce se poate obține în cazul acestor determinări în funcție de precizia obținută în măsurătorile liniare și unghiulare, executate pe teren. Acest fapt permite alegerea preciziei cu care se vor efectua măsurătorile pe teren și deci a metodelor de măsurare.

3. Analiza rezultatelor obținute a permis stabilirea condițiilor optime în care se poate efectua determinarea deplasărilor verticale, din capetele unei baze de lungime fixă.

4. Posibilitățile de evaluare a preciziei, prezentate în această lucrare, completează și finalizează metoda îmbunătățită de determinare a deplasărilor verticale ale construcțiilor, ce a făcut obiectul lucrării precedente [1].

Primită la 4 august 1979

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de topografie și fotogrammetrie

BIBLIOGRAFIE

1. Nistor Gh., *Metodă îmbunătățită de determinare a deplasărilor verticale ale construcțiilor.* Bul. Inst. polit., Iași, XXIV (XXIX), *1—2*, s. V (1979).
2. Nistor Gh., *O nouă metodă analitică de calcul a deplasărilor orizontale ale construcțiilor folosind măsurările topogeodezice.* Bul. Inst. polit., Iași, XXII (XXVI), *1—2*, s. I (1976).

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ СМЕЩЕНИЙ СООРУЖЕНИЙ

(Резюме)

Представляется математические формулы на основе которых производится всеобщая оценка вертикальных смещений сооружений определеные при помощи улучшенного метода [1].

Анализируется оптимальные условия для определения вертикальных смещений.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D. C. 624.07 : 691.1

SELECTION OF THE LAYERS THICKNESS FOR AN EFFICIENT DESIGN OF COMPOSITE SANDWICH PANELS MADE OF GRP FACINGS AND RIGID POLYURETHANE CORE

BY

N. ŢĂRANU, M. BUDESCU and E. ASANDULUI

1. Introduction

Sandwiches are layered composites formed by bonding two thin, stiff, strong facings of dense material to a thick core of low density material which may be much less strong and stiff.

The concept of sandwich construction suggests the possibilities of construction design so proportioned that a minimum weight for a required stiffness or bending moment capacity is achieved [5]. As it has been stated elsewhere [4] those conditions lead to a minimum weight problem approach. However the minimum weight derived layered structure may not be of practical use, because it requires extremely thin facings, or an unusual light weight core with great thickness.

Some aspects regarding an efficient design of sandwich panels made of glass reinforced polyesters facings and rigid polyurethane foam cores, based on the structural materials properties, using computer programs are presented.

2. Materials and their Properties

Any thin sheet material can be used as a sandwich facing. As a sandwich part the facings may serve many purposes, but in all cases they withstand the major applied loads and provide nearly all of the bending rigidity to the structure.

Planar randomly glass mat reinforced polyesters (GRP) are suitable for certain structural applications including sandwich facings because they provide equal stiffness, strength and hardness for any in plane directions and ease of fabrication. The strength of the glass reinforced polyester laminate is largely influenced upon the glass — fiber/resin content.

For glass mat reinforced polyesters in which the fibres are randomly distributed within the plastic matrix, the maximum proportion of glass is limited to about 45% ... 50% by weight.

Usually the reinforcement percentage lies between 20% ... 35%, and the higher the reinforcement content, the stronger the laminate within practical values. However a very low resin percentage may result in a

poorer impregnation which leads to weak bonding and unsatisfactory weathering characteristics [2].

Roughly it can be stated that taking into account the densities of the two components (fiber and matrix) an almost linear increase of the mechanical properties of GRP laminates with the composite density might be accepted [6].

The rigid polyurethane foams are higly cross-linked compounds, generally produced by reacting low molecular weight polyols with a functionality of two or more with polymeric isocyanates in the presence of catalysts, surfactants and blowing agents. The normal density range for the rigid polyurethane foams used as core in structural sandwiches is of the order of 30 ... 80 kg/m^3.

Urethane makes an excellent core material for GRP faces in sandwich panels since it adheres permanently to the facings surfaces, eliminates need for adhesives, resists water absorbtion and is quite unaffected by severe, low or high temperatures [3].

The foam core spaces the facings and transmits shear between them so that they are effective about a common neutral axis ; it also provides most of the shear rigidity of the structural sandwich panel and keeps the facings apart at the correct distance avoiding the layers separation. There are certain mechanical characteristics of the foam core that must be known by designer : a) tensile, compressive and shear strength; b) tensile compressive and shear modulus of elasticity. Experimental work carried out by the authors [7], [8] have shown that the increase of foam density leads to higher values off all mentioned properties. It has also been noticed that the studied mechanical characteristics show an almost linear increase with respect to the foam density within experimented range, 40 ... 80 kg/m^3.

3. Design Criteria

The design criteria of a sandwich panel lie in the sandwich theory and in the materials of construction, but a fundamental requirement is a strong adhesion between skins and core. A sandwich panel is analogous to an I beam in which the flanges carry direct compression and tension loads as do the sandwich facings, and the web carries shear loads as does the sandwich cores (Fig. 1). The main difference in design procedures for sandwich structural panels compared to design of structural elements made of homogeneous material is the inclusion of the effects of core shear properties on deflection, buckling and stress for the sandwich.

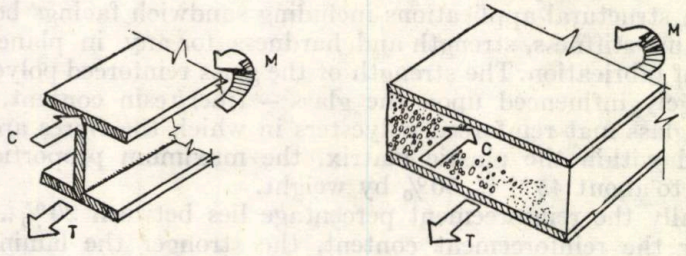


Fig. 1. — The analogy between a sandwich panel and an I-beam.

4. Analysis of Minimum Weight Sandwich Panels

4.1. Bending Stiffness

Assuming that the facings are very thin and their local stiffness bending separately about their own centroidal axes are neglected, the core is too weak to provide a significant contribution to the flexural rigidity of the sandwich [1]; if the sandwich panel consists of two identical facings, made of isotropic materials such as planar randomly glass mat, each of thickness t, the bending stiffness per unit width is given by the following formula:

$$D = \frac{E_f t h^2}{2(1-\nu_f^2)}, \tag{1}$$

where D is the bending stiffness; E_f — the effective modulus of faces; ν_f — Poisson's ratio of the faces; $h \approx d \approx c$ — distance between strong layers centroids (Fig. 2).

The combined weight of the faces and core per unit area, G, is given by the formula:

$$G = 2g_f t + g_c h, \tag{2}$$

in which g_f and g_c are the densities of the faces and core materials respectively.

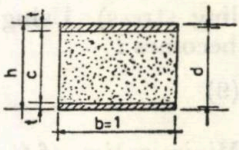


Fig. 2. — Notation and dimensions regarding a sandwich element.

Formula (2) does not include the weight of bond because the core and the facings act together due to the adherence between polyurethane foam and glass reinforced polyesters laminates.

Now from expression (1):

$$t = \frac{2D(1-\nu_f^2)}{E_f h^2} \tag{3}$$

and substitution of this into (2) it results:

$$G = \frac{4g_f D(1-\nu_f^2)}{E_f h^2} + g_c h. \tag{4}$$

Function (4) is to be minimized with respect to h. In order to provide a minimum value of G with respect to h the following condition must be satisfied:

$$\frac{dG}{dh} = -\frac{8g_f D(1-\nu_f^2)}{E_f h^3} + g_c = 0, \tag{5}$$

from where it results the optimum panel depth:

$$h^3 = \frac{8g_f D(1-\nu_f^2)}{E_f g_c}. \tag{6}$$

But the core weight is $G_c = g_c h$ and the combined weight of faces is $G_f = 2g_f t$. After some algebraic calculations we get:

$$\frac{G_c}{G_f + G_c} = \frac{G_c}{G} = \frac{2}{3} \tag{7}$$

and therefore for minimum weight at a sandwich of a given stiffness the core weight must be two-thirds the weight of the sandwich.

4.2. Bending Moment Capacity

In the previous chapter the discussion has been based on the assumption that the limiting stress in the thin facings has not occured. If the bending strength (σ_L) is specified, the bending moment resistance (M) per unit width of a sandwich with thin equal facings is given by :

$$M = \sigma_L t h, \tag{8}$$

where σ_L is the design facing stress (in fact a limiting value which may be an allowable stress, the ultimate strength of the face material or the wrinkling stress). Using the procedure presented at bending stiffness, Eq. (2) becomes :

$$G = 2g_f \frac{M}{\sigma_L h} + g_c h. \tag{9}$$

Minimization of G with respect to h results if :

$$\frac{dG}{dh} = -2g_f \frac{M}{\sigma_L h^2} + g_c = 0, \tag{10}$$

from where the optimum panel thickness is obtained :

$$h^2 = \frac{2g_f M}{g_c \sigma_L} \tag{11}$$

and $t/h = G_c/2G_f$; after some calculations it results :

$$G_c = \frac{1}{2}(G_f + G_c) \tag{12 a}$$

or

$$G_c = \frac{1}{2} G. \tag{12 b}$$

The above relations show that for the minimum weight the sandwich panel of an imposed bending moment should have the weight of the core equal to the combined weight of the faces.

The critical edgewise compressive load of a sandwich panel depends mostly on the bending stiffness. When the core shear modulus is large the result obtained for minimum weight structure is similar to that for a panel of prescribed bending stiffness.

5. Examples. Conclusion

The above analyses lead to formulas which can be used as a quick check on the efficiency of any given sandwich panel. But the theory must reffer to actual structures made of facings in proper thicknesses and avail-

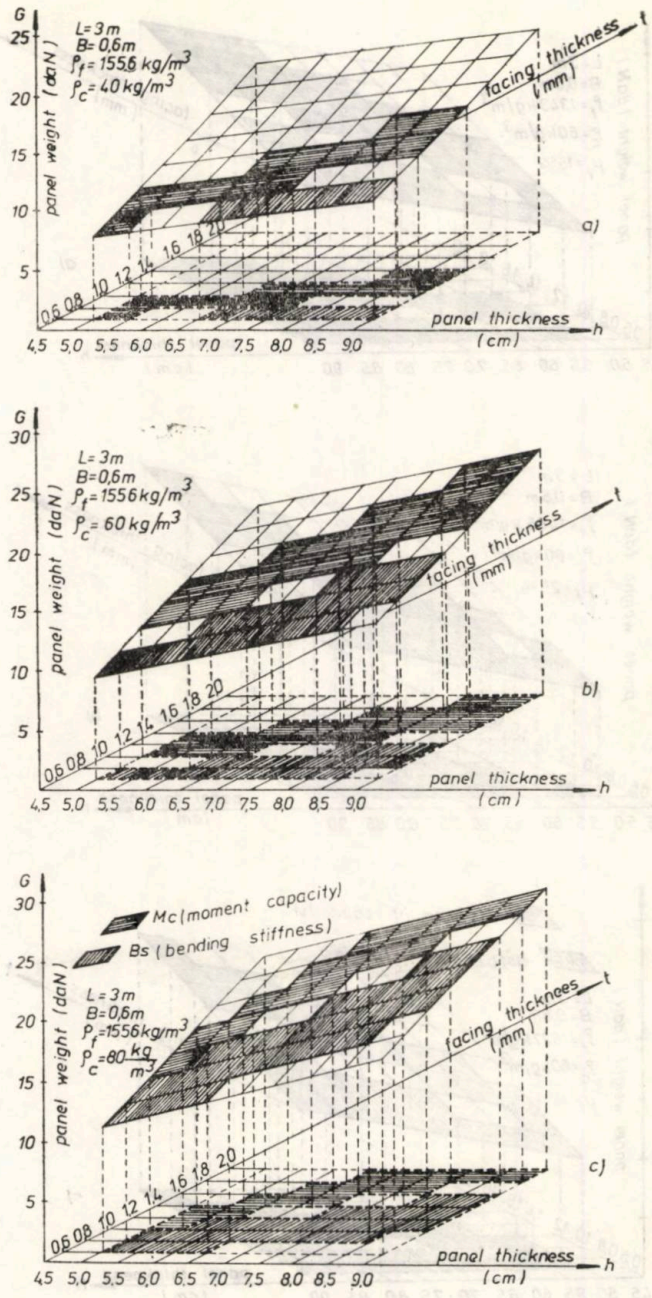


Fig. 3.—Variation of the efficient solutions domains when the foam density increases and the fiber/resin ratio is kept constant.

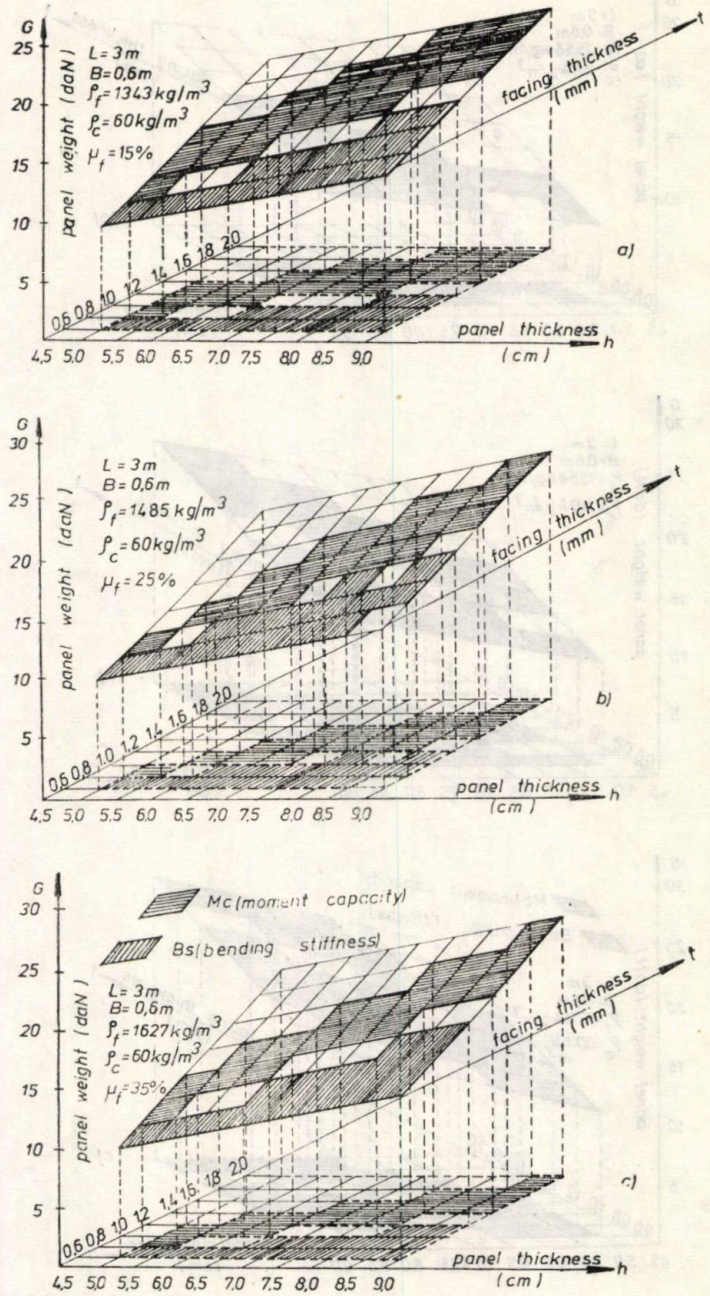


Fig. 4. — Variation of the efficient solutions domains when the fiber/resin ratio increases and the foam density is kept constant.

able foam cores of economical densities. The thicknesses of the faces are those obtained when hand lay-up, spray-up or continuous laminating processes are utilised.

A computer program has been witten to check on the efficiency of 320 sandwich panels taking into account some of their mechanical and geometrical characteristics (Table 1).

Table 1

Reinforcement content by weight %	Density of G.R.P. kg/m³	Density of foam kg/m³	Panel length m	Panel width m	Panel thickness cm	Facing thickness mm
15	1 343	40	3	0.6 ; 0.9	5,6,7,8,9	0.6 ; 0.8 ... 2.0
20	1 414		6	0.6 ; 0.9	5,6,7,8,9	0.6 ; 0.8 ... 2.0
25	1 485	60	3	0.6 ; 0.9	5,6,7,8,9	0.6 ; 0.8 ... 2.0
			6	0.6 ; 0.9	5,6,7,8,9	0.6 ; 0.8 ... 2.0
30	1 556	80	3	0.6 ; 0.9	5,6,7,8,9	0.6 ; 0.8 ... 2.0
35	1 627		6	0.6 ; 0.9	5,6,7,8,9	0.6 ; 0.8 ... 2.0

The weight of the panel is represented as the height G of an inclined plane [1] above horizontal axes t, h (Figs. 3 and 4).

It was accepted that the domains of the efficient values are those around the optimum ratios ($G_c = 2\,G/3$ and $G_c = 0.5\,G$) $\pm$ 10% to include an increased number of acceptable solutions. From Figs. 3 and 4 one can see the permissible shaded zones in which any designer may easily select the efficient structures based on either bending stiffness or bending moment capacity. It can be revealed in Fig. 3 how the areas with efficient solutions are modified when the foam density increases while the reinforcement content in facings is kept unchanged ; in Fig. 4 the evolution of the permissible zones when the glass resin ratio is changed while the foam density remains constant, is presented. For the usual reinforcement/matrix ratio ($\mu_f = 30\%$ and $\rho_f = 1\,556$ kg/m³) the use of a 40 kg/m³ foam leads to a smaller number of economical solutions (Fig. 3 *a*), than in other cases. The regions with optimum solutions extend when the foam density increases but, based on economical reasons, it is preferable to use a foam having a density of 60 kg/m³ instead of a foam with 80 kg/m³. It has been noticed that the most efficient structures based on bending stiffness criterion are those with thin facings and a great distance between centroid axes of strong layers, while the optimum solutions based on a prescribed moment capacity are located within diagonal area of the studied domain .

If the foam density is constant (ρ_c=60 kg/m³) and the fiber/resin ratio increases ($\mu_f = 15$; 25 ; 35%) a smaller number of efficient solutions is obtained and the moment capacity optimum structures are those with facings of medium thicknesses ; when the bending stiffness criterion is considered a fairly constant number of efficient solutions is determined.

Received, September 28, 1979

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Civil and Industrial Engineering

REFERENCES

1. Allen H.G., *Analysis and Design of Structural Sandwich Panels.* Pergamon Press, 1969.
2. Benjamin B.S., *Structural Design with Plastics.* Van Nostrand, Toronto, 1969.
3. Frados J., *Plastics Engineering Handbook of the Society of Plastics Industry.* Fourth edition, Van Nostrand, 1976.
4. Kuenzi E.W., *Minimum Weight Structural Sandwich.* FPL Report—086, January 1965.
5. Rosato D.V., *Honeycomb and Sandwich Construction.* Ch. 20 from *Handbook of Fiberglass and Advanced Composites.* Ed. Lubin G. Van Nostrand, 1969.
6. Ţăranu N., *Elemente portante din materiale plastice.* Ph. D. Diss., Polyt. Inst., Jassy, 1978.
7. Ţăranu N., Budescu M., *Some Aspects Concerning Mechanical Behaviour of Rigid Polyurethane Foams under Axial Load.* Bul. Inst. polit., Iaşi, XXII (XXVI), *1—2*, s. V (1976).
8. Ţăranu N., Budescu M., Filipescu I., *On Shear Behaviour of GRP and Rigid Polyurethanic Foam Sandwich Elements.* Bul. Inst. polit., Iaşi, XXII, (XXVI), *3—4*, s. V (1976).

PROIECTAREA EFICIENTĂ A PANOURILOR SANDVIŞ DIN POLIESTERI ARMAŢI CU FIBRĂ DE STICLĂ ŞI SPUMĂ POLIURETANICĂ RIGIDĂ

(Rezumat)

Conceptul de structură sandviş sugerează posibilitatea alcătuirii panourilor stratificate astfel încît să rezulte structuri cu greutate minimă. Totuşi elementele cu greutate minimă nu sînt întotdeauna realizabile practic ; în lucrare sînt analizate variante de alcătuire ale acestor structuri şi modul de selectare a soluţiilor eficiente pe baza criteriilor de portanţă sau rigiditate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 625.7 ; 625.8

RANFORSAREA UNUI SISTEM RUTIER EXISTENT CU MIXTURĂ ASFALTICĂ CU ADAOS DE ȘLAM METALURGIC

DE

HORIA ZAROJANU, ZAHARIE SALINIUC și I. GHIȚĂ

1. Generalități

Rețeaua rutieră de interes local din țara noastră, în particular cea din județul Iași, se află deja în situația în care necesită ranforsarea sistemelor rutiere existente pentru a putea suporta traficul în continuă evoluție.

Realizarea volumului ridicat de consolidări ale sistemelor rutiere impune folosirea în cît mai mare măsură a surselor de materiale locale, care, în general, sînt agregate cu caracter acid, justificînd adoptarea de soluții care să conducă la o adezivitate de durată între liant și agregat.

Pe linia folosirii deșeurilor industriale cu dublul scop de înlocuire a unor materiale devenite deficitare și pentru evitarea poluării mediului ambiant s-a procedat la experimentarea unui strat de ranforsare din mixtură asfaltică în care filerul de calcar a fost înlocuit cu șlam metalurgic rezultat în urma procesului de decapare a laminatelor de oțel cu soluție de acid sulfuric sau acid clorhidric.

2. Materiale folosite. Stabilirea rețelei pentru mixtura asfaltică

Mixtura asfaltică de tip mortar asfaltic a fost realizată cu nisip natural din rîu provenit din balastiera Dolhasca, filer de calcar de Bicaz, șlam metalurgic rezultat la Întreprinderea metalurgică, Iași și bitum de la Rafinăria „Crișana", Suplacul de Barcău, avînd caracteristicile : punctul de înmuiere inel—bilă = 46°C iar penetrația standard, 80 zecimi de mm.

Granulozitatea materialelor folosite și a amestecului mineral total sînt prezentate în tabelul 1.

Pentru a permite compararea comportării în operă a mixturii asfaltice cu adaos de șlam metalurgic, s-a adoptat rețeta folosită curent de DJDP, Iași, și anume : nisip natural 80%; filer de calcar 12%; bitum 8% (calculat la mixtura minerală) dar cu înlocuirea unui procent de filer de calcar cu șlam metalurgic. Procentul de filer de șlam s-a adoptat pe baza concluziilor studiilor de laborator anterioare [1].

Pentru reducerea consumului de energie necesară la uscarea și apoi la măcinarea șlamului în vederea obținerii granulozității fine, operații pre-

Tabelul 1

Granulozitatea materialelor folosite și a amestecului mineral total

Nr. crt.	Materialul	Dimensiunea ochiului ciurului (sitei), [mm]								
		8	5	3,15	1	0,5	0,315	0,2	0,1	0,071
		Trecut, [% din greutate]								
1	Nisip natural	100	98,30	87,40	77,70	69,27	49,77	30,70	6,57	3,53
2	Filer de calcar	100	100	100	97,90	96,80	94,50	89,30	82,70	59,60
3	Șlam metalurgic	100	100	100	99,30	98,80	97,80	97,70	95,70	95,20
4	Amestecul mineral	100	98,52	88,84	80,43	72,87	55,62	38,41	16,00	11,17

văzute în studiile anterioare menționate [1], s-a adoptat folosirea șlamului în forma în care rezultă ca deșeu industrial.

Cantitatea de șlam necesară de folosit a fost dictată de prezența a 20% masă solidă în șlam.

Pentru a permite scurgerea apei conținute, stropirea cu șlam a nisipului natural s-a efectuat cu o zi înaintea confecționării mixturii asfaltice.

Odată cu scurgerea apei se amorsează și procesul de transformare a hidroxidului feros în hidroxid feric, care aderă puternic la granulele de nisip. În uscător hidroxidul feric se transformă la început în oxid feros și în final în oxid feric, care reprezintă una dintre cele mai stabile combinații ale fierului. Prezența unui strat foarte subțire de oxid feric face ca nisipul, la ieșirea din uscător, să prezinte o culoare brun închis.

Oxidul feric modifică învelișul anionic inițial al agregatului mineral, suprafața acestuia fiind tapisată de cationii de Fe^{3+}, ceea ce creează condițiile aderenței liant—agregat.

3. Sectorul experimental

Ranforsarea sistemului rutier cu strat din mixtură asfaltică cu adaos de șlam metalurgic s-a efectuat pe un sector experimental de tip integrat, pe DJ 248 Iași—Ciurea lîngă localitatea Horpaz, între km 5 + 665 și km 5 + 715 pe banda dreaptă de circulație.

Elementele geometrice ale drumului sînt: 6,00 m lățime parte carosabilă, aliniament, pantă longitudinală de 0,09%.

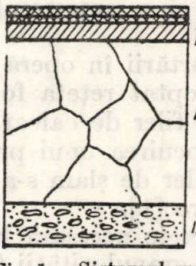


Fig. 1.—Sistemul rutier de pe D.J. 248 Iași—Ciurea.

Sistemul rutier existent și stratul de ranforsare este prezentat în fig. 1 cu mențiunea că stratul de mortar asfaltic existent prezintă o uzură avansată și numeroase degradări.

Stratul de ranforsare corespunde — pentru o durată de serviciu de 5 ani — la o deflexiune caracteristică a sectorului de 115 sutimi de mm, pentru un trafic mediu zilnic de 510 vehicule etalon în anul de mijloc al perioadei de perspectivă.

Mixtura asfaltică, confecționată cu o instalație ANG și așternută manual, cu respectarea regimului de temperatură standard, se prezintă cu o suprafață bine închisă.

4. Concluzii

Folosirea, pentru realizarea de mixturi asfaltice, a șlamului rezultat în urma procesului de decapare a laminatelor de oțel de la Întreprinderea metalurgică, Iași, prezintă o serie de avantaje dintre care se pot sublinia următoarele mai importante :

1. Prin efectul exercitat asupra legăturii agregat—mineral de natură acidă—liant hidrocarbonat duce la creșterea adezivității, rezultînd o îmbunătățire a calității mixturilor asfaltice și prin aceasta o mărire a durabilității straturilor rutiere.

2. Înlocuirea unui anumit procent de filer de calcar în mixtură are efecte economice directe atît în ceea ce privește diminuarea transporturilor de filer cît și micșorarea consumului de energie necesar la fabricarea filerului, șlamul utilizîndu-se direct, fără alte prelucrări.

3. Valorificarea unui deșeu industrial, așa cum este cazul șlamului metalurgic, elimină posibilitatea poluării mediului ambiant, fără a prezenta efect nociv pentru muncitorii de la stațiile de preparare sau la operația de așternere a mixturilor asfaltice.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de fundații și căi de comunicații
și
Direcția județeană de drumuri și poduri, Iași

BIBLIOGRAFIE

1. Saliniuc Z., *Utilizarea economică a unor deșeuri provenite din industria metalurgică, pentru confecționarea betoanelor asfaltice.* Bul. Inst., polit., Iași, XXIII (XXVII), *1—2*, s. V (1977).

LE RENFORCEMENT D'UN SYSTÈME ROUTIER EXISTANT, PAR MIXTURE ASPHALTIQUE À ADDITIF DE BOURBE MÉTALLURGIQUE

(Résumé)

On présente nombre de détails concernant un secteur expérimental intégré sur une route régionale, en utilisant pour la réalisation de la mixture asphaltique la bourbe métallurgique, un déchet provenu de l'industrie métallurgique de Jassy.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 625.7 ; 625.8

ZGURILE SIDERURGICE, MATERIALE PENTRU CONSTRUCȚIA STRATURILOR RUTIERE (II)

DE

BENONIA COSOSCHI

1. Introducere

În partea I-a a acestei lucrări [1] s-au expus rezultatele experimentărilor efectuate la scară pilot asupra a trei sisteme rutiere alcătuite cu zguri siderurgice, privind : a) materialele, rețetele și tehnologia de execuție a straturilor ; b) comportarea complexelor rutiere sub acțiunea unui trafic simulat de 700 000 treceri ale roții de 2 300 daN, suportat pînă la vîrsta de 182 zile a straturilor.

Continuarea experimentărilor pînă la un trafic simulat de 1 000 000 treceri și vîrsta de aproximativ un an a straturilor a avut ca obiective :

a) studiul influenței creșterii umidității asupra complexelor rutiere ;

b) determinarea modulilor de deformabilitate ai complexelor și straturilor rutiere ;

c) aprecierea comportării stratului de îmbrăcăminte bituminoasă realizată din binder cu agregate de zgură concasată de oțelărie, sub acțiunea traficului simulat.

2. Influența creșterii umidității asupra complexelor rutiere [2]

Sporirea umidității complexelor rutiere s-a realizat prin executarea unui șanț lateral, după circumferința mică a pistei inelare și umplerea repetată cu apă pînă la absorbirea următoarelor cantități :

a) în prima etapă, 50 l apă pe m^2 de complex rutier, la vîrsta de aproximativ 190 zile a straturilor ; b) în a doua etapă, încă 50 l, la vîrsta de aproximativ 240 zile a straturilor.

La umplerea șanțului cu apă s-a observat absorbția rapidă a acesteia pe lungimea sistemelor rutiere *1* și *2*, conținînd zgură de oțelărie și mai lentă pe sistemul rutier *3*, alcătuit din nisipuri stabilizate cu zgură granulată.

2.1. Umflarea

Prin sporirea conținutului de apă al complexelor rutiere s-a înregistrat o umflare, neuniformă pe lățimea pistei, așa cum rezultă din fig. 1.

Se remarcă umflarea diferențiată a celor trei complexe rutiere, valoarea maximă fiind înregistrată de sistemul rutier *1*, alcătuit în principal din zgură brută de oțelărie. Luînd în considerație umflarea maximă a aces-

tuia, de 1,4 mm la limita șanțului, unde apa a venit în contact direct atît cu pămîntul de fundație cît și cu straturile rutiere și raportînd această valoare la grosimea de circa 32 cm a straturilor de bază și de fundație, rezultă o umflare specifică de 0,44%, ceea ce evidențiază faptul că zgura de oțelărie utilizată nu prezintă o instabilitate chimică care să poată conduce la accidente tehnice.

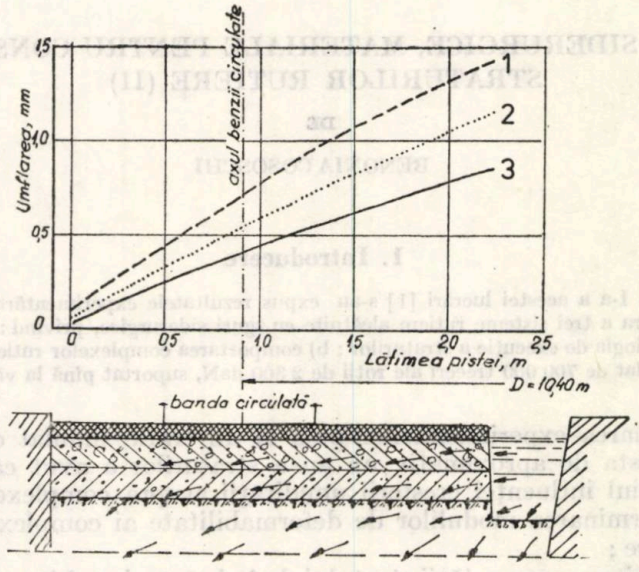


Fig. 1. — Inundarea complexelor rutiere și umflarea la suprafața îmbrăcămințli.

În aceeași ordine de idei se menționează că încercarea în laborator a epruvetelor cilindrice din zgură brută nu a evidențiat o reducere a rezistenței la compresiune prin imersarea timp de 7 zile în apă (la vîrsta de 7 zile a epruvetelor).

2.2. Comportarea sub trafic

Deși umiditatea relativă a pămîntului de fundație (în axul benzii circulate) a ajuns la 0,78, ceea ce presupune o portanță redusă a acestuia, continuarea traficului simulat nu a condus la acumularea mai intensă a deformațiilor permanente la suprafața îmbrăcămințli.

Deflexiunile caracteristice, obținute prin măsurători la diferite etape de trafic și vîrste ale straturilor, prezintă o ușoară scădere, punînd în evidență deci creșterea portanței complexelor rutiere, ceea ce se datorește creșterii în continuare a rezistențelor mecanice ale materialelor din straturile de bază și de fundație.

3. Determinarea modulilor de deformabilitate

Introducerea unor materiale noi în construcția straturilor rutiere implică cunoașterea valorilor modulilor de deformabilitate (E_d — modulul de deformație liniară și E—modulul de elasticitate static), parametri de calcul pentru dimensionarea sistemelor rutiere.

3.1. Încercarea cu placa rigidă

Încercarea constă în încărcarea—descărcarea repetată a plăcii rigide, cu sarcini crescătoare în trepte, obținîndu-se deformația totală (l) și deformația elastică (l_e). Raportul dintre aceste deformații și diametrul plăcii de încărcare reprezintă deformațiile relative (λ, respectiv λ_e).

Deoarece în cazul sistemelor rutiere încercate sarcina necesară pentru producerea deformației totale relative de calcul ($\lambda \geqslant 0{,}035$) ar fi avut valori mult mai mari, s-a recurs la încărcarea plăcii cu sarcini ce depășesc cu puțin pe cele din trafic.

Încercarea cu placa rigidă s-a executat după umezirea complexelor rutiere, la vîrsta straturilor de aproximativ un an. Măsurătorile s-au efectuat în cîte trei puncte pe fiecare sistem rutier, mergînd de sus în jos (pe aceeași verticală), la nivelul fiecărui strat și la nivelul pămîntului de fundație.

În fig. 2 se reprezintă curbele $\lambda = f(p)$ (valori medii aritmetice) pentru sistemul rutier *1*, alcătuit în principal din zgură brută de oțelărie și sistemul rutier *3*, alcătuit din nisipuri stabilizate cu zgură granulată.

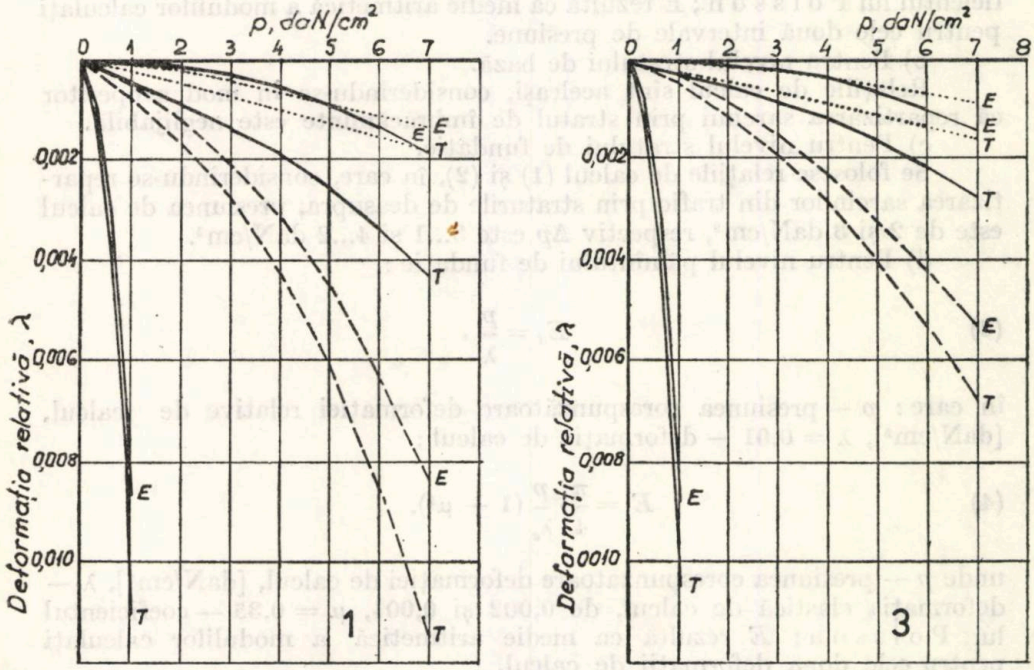


Fig. 2. — Curbele $\lambda = f(p)$ obținute prin încercarea cu placa rigidă a complexelor rutiere *1* și *3*; E—deformații elastice, T—deformații totale; — îmbrăcăminte, ····· strat de bază, ----- strat de fundație, —— pămînt de fundație.

Se remarcă faptul că la ambele sisteme rutiere prezentate, deformațiile la suprafața îmbrăcămintii bituminoase sînt mai mari decît cele de la nivelul stratului de bază, ceea ce se explică prin apariția deformațiilor vîscos-plastice în stratul bituminos, la temperatura de 16°...17°C la care s-a efectuat încercarea.

Pe baza curbelor $\lambda = f(p)$ s-au calculat modulii echivalenți efectivi ce caracterizează semispațiile subadiacente plăcii rigide, folosindu-se următoarele relații de calcul:

a) Pentru nivelul îmbrăcămintii:

(1) $$E_d = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{p}{\lambda},$$

în care: p — presiunea de calcul, de 5 și 6 daN/cm², λ — deformația totală, corespunzătoare presiunii de calcul; E rezultă ca medie aritmetică a modulilor calculați pentru presiunile de 5 și 6 daN/cm²;

(2) $$E = \frac{\Delta p}{\Delta \lambda}(1 - \mu^2),$$

în care: $\Delta p = 2$ daN/cm², reprezentînd creșterea presiunii în intervalele 6 ... 4 și 7...5 daN/cm², pe curbele deformației elastice, $\Delta\lambda_e$ — creșterea deformației elastice, corespunzătoare creșterii presiunii; $\mu = 0{,}30$ — coeficientul lui Poisson; E rezultă ca medie aritmetică a modulilor calculați pentru cele două intervale de presiune.

b) Pentru nivelul stratului de bază.

Relațiile de calcul sînt aceleași, considerîndu-se în mod acoperitor că repartizarea sarcinii prin stratul de îmbrăcăminte este neglijabilă.

c) Pentru nivelul stratului de fundație.

Se folosesc relațiile de calcul (1) și (2), în care, considerîndu-se repartizarea sarcinilor din trafic prin straturile de deasupra, presiunea de calcul este de 2 și 3 daN/cm², respectiv Δp este 3...1 și 4...2 daN/cm².

d) Pentru nivelul pămîntului de fundație:

(3) $$E_d = \frac{p}{\lambda},$$

în care: p — presiunea corespunzătoare deformației relative de calcul, [daN/cm²], $\lambda = 0{,}01$ — deformația de calcul;

(4) $$E = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{p}{\lambda_e}(1 - \mu^2),$$

unde p — presiunea corespunzătoare deformației de calcul, [daN/cm²], λ — deformația elastică de calcul, de 0,002 și 0,004, $\mu = 0{,}35$ — coeficientul lui Poisson; E rezultă ca medie aritmetică a modulilor calculați pentru cele două deformații de calcul.

Valorile modulilor de deformație echivalenți sînt prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

Nivelul	Sistemul rutier			
	1		3	
	E_d	E	E_d	E
Îmbrăcăminte bituminoasă	2 900	2 010	4 550	2 440
Strat bază	6 050	3 780	7 000	5 040
Strat fundaţie	1 730	1 030	4 570	1 340
Pămînt fundaţie	100	135	100	135

În ceea ce priveşte modulii de deformabilitate ai straturilor, calculul acestora cu ajutorul nomogramelor de calcul corespunzătoare fiecărei metode de dimensionare nu este posibil sau este imprecis, din cauza valorilor mici ale rapoartelor cu care se operează în nomograme.

Valorile modulilor echivalenţi la nivelul stratului de fundaţie şi de bază arată că modulii de deformabilitate ai acestor straturi sînt mari, avînd valori care depăşesc 50 000 daN/cm², valori care caracterizează straturile rigidificate nefisurate. Se menţionează că la sistemele rutiere încercate nu s-a evidenţiat apariţia fisurilor, fenomen frecvent cel puţin la straturile stabilizate cu zgură granulată.

3.2. Măsurători deflectometrice

Pe baza măsurătorilor deflectometrice efectuate în perioada iniţială, la diferite intervale de timp şi etape de trafic, s-a calculat modulul de elasticitate static echivalent folosindu-se relaţia:

$$E_{ech} = \frac{pD}{1{,}15\, d_c}(1 - \mu^2), \tag{5}$$

în care: $pD = 170$ — caracteristica autovehicolului de calcul, 1,15 — coeficient de corecţie a deflexiunii, care ţine seama de refularea suprafeţei între pneurile jumelate, d_c — deflexiunea caracteristică la temperatura de 20°C, $\mu = 0{,}30$ — coeficientul lui Poisson.

Considerîndu-se pentru modulul de elasticitate static al pămîntului de fundaţie o valoare de 150 daN/cm², iar pentru stratul de îmbrăcăminte bituminoasă o valoare de 10 000 daN/cm², cu ajutorul nomogramelor de

Tabelul 2

Vîrsta stratului zile	Trafic simulat mii trec.	Sistemele rutiere								
		1			2			3		
		d_c mm	E_{ech} daN/cm²	E_{b+f} daN/cm²	d_c mm	E_{ech} daN/cm²	E_{b+f} daN/cm²	d_c mm	E_{ech} daN/cm²	E_{b+f} daN/cm²
6*)	0	3,07	453	1 250	4,05	343	680	4,99	278	440
40	25	0,69	1 940	13 000	0,99	1 360	7 600	2,29	590	600
55	110	0,49	2 740	—	0,84	1 600	8 600	1,60	840	3 200
75	200	0,34	3 960	—	0,58	2 320	—	0,86	1 560	10 000
326	1 000	0,30	4 500	—	0,29	4 640	—	0,16	8 400	—

*) Măsurători efectuate la nivelul stratului de bază

calcul corespunzătoare se calculează modulul de elasticitate al straturilor de bază și de fundație (împreună), E_{b+f}, ale cărui valori sînt prezentate în tabelul 2. Se menționează că aceste valori trebuie să fie considerate ca minime, datorită excesului de umiditate al materialelor folosite la construcția straturilor.

4. Comportarea sub trafic a îmbrăcămintii bituminoase cu agregate din zgură

Îmbrăcămintea bituminoasă a sistemelor rutiere încercate s-a realizat într-un singur strat, de 5...7 cm grosime, dintr-o mixtură de tip binder de criblură.

Prin construcție aspectul suprafeței stratului a rezultat diferit și anume, o suprafață mai netedă pe sistemul rutier *1* (dozaj mai mare de nisip de concasaj) și o suprafață mai rugoasă pe sistemul rutier *3*, la sistemul rutier *2* îmbrăcămintea prezentînd o rugozitate intermediară, între cele ale sistemelor *1* și *3*.

Sub acțiunea traficului simulat, caracterizat prin presiunea pe suprafața de contact a pneului de 5,5 daN/cm^2 și o frecvență mare de trecere a roții [3], s-a produs dezvelirea treptată a granulelor grosiere de zgură, apărînd unele granule cu luciu metalic, fără a se produce însă atriția și desgrădinarea acestora. Se menționează că în timpul desfășurării traficului simulat, mai ales în perioadele călduroase, temperatura pneului înregistrează valori de circa 40°C, iar bitumul utilizat în mixtura bituminoasă a avut o penetrație de 125 zecimi de mm.

Măsurarea rugozității geometrice a suprafeței de rulare (prin metoda grosimii petei de nisip), la diferite etape de trafic, a condus la valorile medii prezentate în tabelul 3.

Tabelul 3

Trafic simulat mii treceri	Denivelări pe sistemul rutier, [mm]		
	1	*2*	*3*
50	0,77	0,92	1,04
500	0,63	0,80	1,18
780	0,68	0,78	1,07
Valori medii	0,69	0,83	1,10

De remarcat faptul că valorile rugozității geometrice se mențin practic constante, fiind în concordanță cu aspectul suprafeței de rulare. Astfel de valori sînt considerate satisfăcătoare pentru viteze de circulație de peste 80 km/oră, iar valori situate sub 0,2 mm indică suprafețe excesiv de netede, care nu prezintă siguranță la derapajul autovehiculelor [4].

5. Concluzii

1. Zgura brută de oțelărie, dezagregată în haldă și caracterizată printr-o puternică instabilitate chimică, poate fi folosită eficient și fără riscuri la accidente tehnice, în straturi de bază și de fundație rigidificate, dacă i se asigură o granulozitate sub 16 mm.

2. Modulul de elasticitate al straturilor alcătuite din zgură brută de oțelărie prezintă creșteri inițiale rapide, astfel încît după 30 zile de la construcție aceste straturi nu mai pot fi considerate nerigide.

În cazul straturilor din nisipuri stabilizate cu zgură granulată de furnal rigidificarea este mai lentă, modulul de elasticitate ajungînd la valori depășind 10 000 daN/cm^2, după aproximativ 90 zile de la construcție.

3. Aplicarea metodelor de calcul bazate pe deformația totală admisibilă sau pe deformația elastică admisibilă la suprafața îmbrăcămintii, pentru dimensionarea sistemelor rutiere conținînd astfel de straturi, nu este posibilă decît prin stabilirea unor valori fictive ale modulilor de deformabilitate, valori capabile să reflecte atît susceptibilitatea la fisurare cît și caracteristicile tehnice superioare ale straturilor.

4. În ceea ce privește comportarea sub trafic, zgura concasată de oțelărie poate fi utilizată cu succes în straturi de îmbrăcăminte bituminoasă. Elucidarea influenței factorilor climatici va confirma utilizarea agregatelor din zgură numai în straturi acoperite sau și în straturile de suprafață.

Primită la 9 martie 1979

Institutul politehnic, Iași,
Stația de cercetări rutiere

BIBLIOGRAFIE

1. Cososchi B., *Zgurile siderurgice, materiale pentru construcția straturilor rutiere* (I). Bul. Inst. polit., Iași, XXIV (XXVIII), *3—4*, s. V (1978).
2. Cososchi B. ș.a., *Cercetări și experimentări privind utilizarea zgurilor de la Combinatul siderurgic Galați, în straturi rutiere bituminoase.* Ref. cerc. șt., Inst., polit., Iași, dec. 1976 și dec. 1977.
3. Atanasiu D. ș.a., *Corelarea traficului simulat cu cel real din cale curentă.* Bul. Inst. polit., Iași, XIII (XVII), *1—2* (1967).
4. Mayer A., *Campagne de constatations sur les enrobés de laitier dans le département de la Moselle.* Rev. Laitiers de hauts fourneaux, *26* (1972).

ШЛАКИ ЧЕРНОЙ МЕТАЛЛУРГИИ — МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ДОРОЖНЫХ СЛОЕВ (II)

(Резюме)

Представляется влиянние увеличений влажности на поведение дорожных одежд, величины модулей деформаций и модулей статической эластичности дорожных слоев и также, поведение асфальтобетонного покрытия с агрегатами получаемые дроблением сталеплавильного нераспадающего шлака, под действие симулируемого грузооборота от 1 000 000 прохождений колеса 2,3 т.

Coli tipo 7

Tiparul executat sub cd. 135
la Întreprinderea poligrafică Iaşi
str. 7 Noiembrie nr. 49

1980 OKT 9

40822